

# MATh en JEANS

Les stratégies gagnantes dans des jeux

# Présentation



# Présentation

- Nous sommes deux élèves de 4ème du collège l'Impernal de Luzech, et nous allons vous présenter notre sujet.

# Présentation

- Nous sommes deux élèves de 4ème du collège l'Impernal de Luzech, et nous allons vous présenter notre sujet.
- Il s'agit des stratégies gagnantes dans les jeux.



# Sommaire

# Sommaire

- *Jeu des allumettes*

# Sommaire

- Jeu des allumettes
- Règles du jeu

# Sommaire

- Jeu des allumettes
- Règles du jeu
- Première idée



# Sommaire

- Jeu des allumettes
  - Règles du jeu
  - Première idée
  - Technique de 4

# Sommaire

- Jeu des allumettes
  - Règles du jeu
  - Première idée
  - Technique de 4
  - Scratch

# Sommaire

- Jeu des allumettes
  - Règles du jeu
  - Première idée
  - Technique de 4
  - Scratch
  - Technique de  $4 + 1$

# Sommaire

- Jeu des allumettes
  - Règles du jeu
  - Première idée
  - Technique de 4
  - Scratch
  - Technique de  $4 + 1$
  - Résolution des inconvénients



# Suite du sommaire

# Suite du sommaire

- **Morpion**

# Suite du sommaire

- **Morpion**
- **Règles**

# Suite du sommaire

- *Morpion*
- *Règles*
- *Nos premières recherches*



# Suite du sommaire

- Morpion
- Règles
- Nos premières recherches
  
- Remerciements

# Jeu des allumettes





# Jeu des allumettes

## règles

# Jeu des allumettes

## règles

- Nous avons un nombre  $X$  d'allumettes, et les 2 joueurs, chacun leur tour, doivent prendre soit 1, soit 2, soit 3 allumettes, et celui qui prend la dernière allumette a perdu.

# Jeu des allumettes

## règles

- Nous avons un nombre  $X$  d'allumettes, et les 2 joueurs, chacun leur tour, doivent prendre soit 1, soit 2, soit 3 allumettes, et celui qui prend la dernière allumette a perdu.
- Il existe d'autres variantes (par exemple: celui qui prend la dernière allumette a gagné), nous avons traité celle-ci. \*





# Jeu des allumettes



- Nous avons commencé à chercher et nous nous sommes vite rendu compte que quand il nous reste cinq allumettes, le joueur dont c'est le tour de jouer a forcément perdu.
- Nous avons vérifié cette propriété en la démontrant avec trois cas :

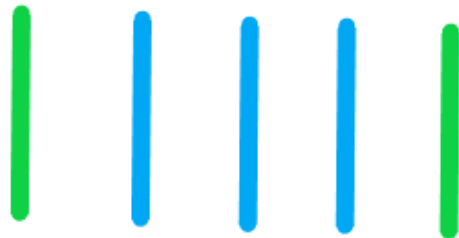


# Jeu des allumettes

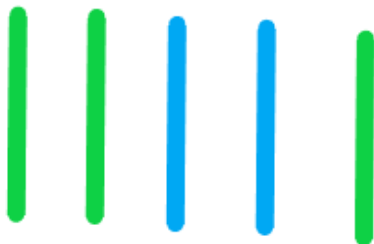
# Jeu des allumettes première idée

Voici une petite illustration de ce qui va suivre (le joueur 1 sera ici le joueur vert). Cela vous aidera peut-être à mieux comprendre... N'hésitez pas à revenir dessus.

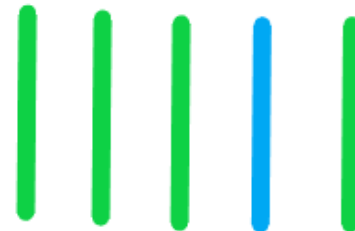
1er cas :



2ème cas :



3ème cas :



# Jeu des allumettes première idée

# Jeu des allumettes première idée

1. Le joueur 1 prend une allumette, le joueur 2 en prend trois et il n'en reste qu'une pour le joueur 1 qui a donc perdu.

# Jeu des allumettes première idée

1. Le joueur 1 prend une allumette, le joueur 2 en prend trois et il n'en reste qu'une pour le joueur 1 qui a donc perdu.
2. Le joueur 1 prend deux allumettes, le joueur 2 en prend deux et il n'en reste qu'une pour le joueur 1 qui a donc perdu.

# Jeu des allumettes première idée

1. Le joueur 1 prend une allumette, le joueur 2 en prend trois et il n'en reste qu'une pour le joueur 1 qui a donc perdu.
2. Le joueur 1 prend deux allumettes, le joueur 2 en prend deux et il n'en reste qu'une pour le joueur 1 qui a donc perdu.
3. Le joueur 1 prend trois allumettes, le joueur 2 en prend une et il en reste qu'une pour le joueur 1 qui a donc perdu.

# Technique de 4

# Technique de 4

- Après un peu de recherche, nous avons trouvé une technique qui fonctionne pour tous les multiples de quatre quand on commence :



# Technique de 4

- Après un peu de recherche, nous avons trouvé une technique qui fonctionne pour tous les multiples de quatre quand on commence :
- On prend trois allumettes, et après que l'adversaire ait joué, on complète son jeu pour faire quatre ( il en prend une, on en prend trois ; il en prend deux, on en prend deux, et il en prend trois, on en prend une ) .

# Technique de 4

- Après un peu de recherche, nous avons trouvé une technique qui fonctionne pour tous les multiples de quatre quand on commence :
- On prend trois allumettes, et après que l'adversaire ait joué, on complète son jeu pour faire quatre ( il en prend une, on en prend trois ; il en prend deux, on en prend deux, et il en prend trois, on en prend une ) .

On l'a surnommée la « technique de quatre ».

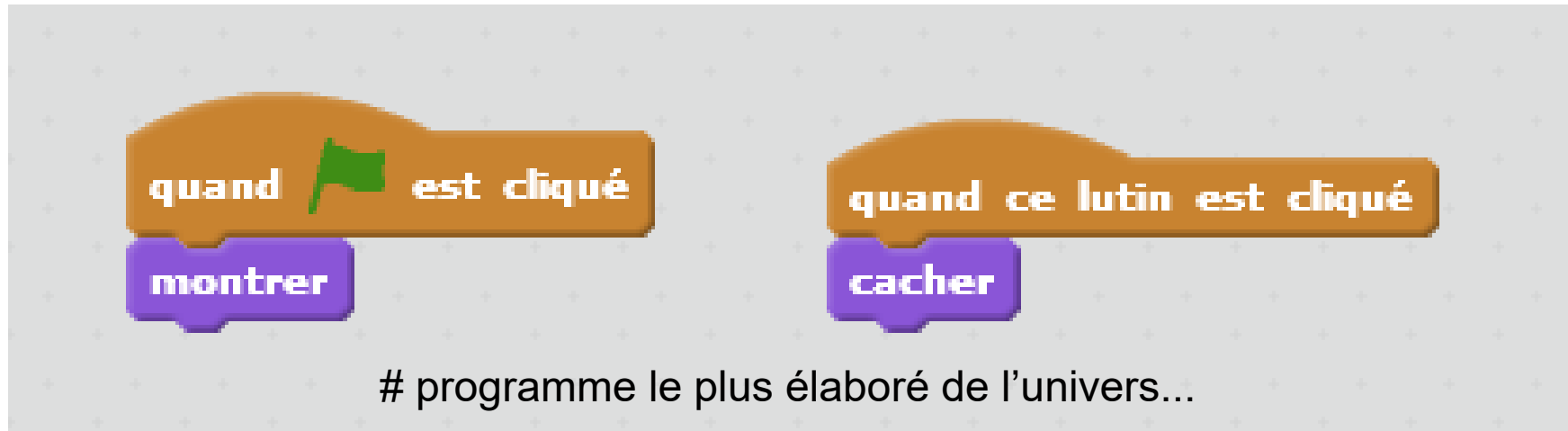
# Scratch

# Scratch

En passant sur Scratch, nous avons simplement remplacé les allumettes matérielles par des allumettes virtuelles, qui aurait été plus utile pour le congrès.

# Scratch

En passant sur Scratch, nous avons simplement remplacé les allumettes matérielles par des allumettes virtuelles, ce qui aurait été plus utile pour le congrès. \*



# Technique de 4+1

# Technique de 4+1

Nous avons ensuite trouvé une amélioration à cette technique (il faut néanmoins savoir le nombre total d'allumettes):

# Technique de 4+1

Nous avons ensuite trouvé une amélioration à cette technique (il faut néanmoins savoir le nombre total d'allumettes):

- On commence, et on doit prendre le nombre nécessaire d'allumettes pour qu'il reste un "multiple de 4+1".\*

Ex: il y a 15 allumettes, on en prend deux et il en reste 13 (12+1).



# Technique de 4+1

Nous avons ensuite trouvé une amélioration à cette technique (il faut néanmoins savoir le nombre total d'allumettes):

- On commence, et on doit prendre le nombre nécessaire d'allumettes pour qu'il reste un "multiple de 4+1".

Ex: il y a 15 allumettes, on en prend deux et il en reste 13 (12+1).

- Notre adversaire joue et on complète son jeu pour faire 4 (voir technique précédente).

# Technique de 4+1

# Technique de 4+1

*Mais cette technique a deux inconvénients :*

# Technique de 4+1

1er inconvénient :

# Technique de 4+1

1er inconvénient :

Pour être sûr de gagner ( même si on affronte un adversaire qui connaît cette stratégie), on doit commencer\* si le nombre de départ n'est pas un multiple de 4+1.

Ex: on doit commencer si le nombre de départ est 4; 7; 14... car ce ne sont pas des multiples de 4+1.

# Technique de 4+1

2ème inconvénient :

# Technique de 4+1

2ème inconvénient :

On ne doit pas commencer si le nombre de départ est un multiple de 4+1 car on pourrait perdre si l'adversaire connaît cette stratégie.

Ex: on ne doit pas commencer si le nombre de départ est 5 (la 1ère propriété énoncée au début du diaporama) ; 9; 13...

# Technique de 4+1



# Technique de 4+1

En résumé, pour devenir un champion de ce jeu, il faudrait trouver une parade où l'on puisse :

1. Commencer quand le nombre de départ est un multiple de 4+1 (5; 9; 13...).
1. Ne pas commencer quand le nombre de départ n'est pas un multiple de 4+1 (4; 7; 14...).

# Résolution des ~~es~~convénients

# Résolution des inconvénients

1er inconvénient :

# Résolution des ~~des~~convénients \*

2ème inconvénient :



**A posteriori**

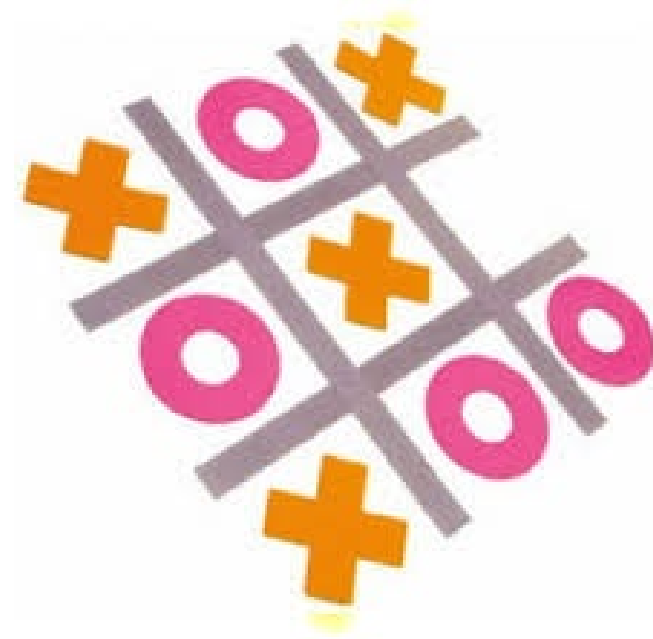
# A posteriori

- Nous avons appris par la suite que le jeu des allumettes s'appelle en fait le jeu de nim.

# A posteriori

- Nous avons appris par la suite que le jeu des allumettes s'appelle en fait le jeu de nim.
- Après d'autres recherches, des programmes Scratch existent déjà pour jouer contre un ordinateur, mais malheureusement nous n'en avons pas trouvé traitant notre variante (celui qui prend la dernière allumette a perdu).

# Le morpion







# Les règles

# Les règles

- Sur un quadrillage 3x3, il faut aligner 3 symboles identiques.



# Premières recherches

# Premières recherches

- Nous avons rapidement trouvé une technique:

# Premières recherches

- Nous avons rapidement trouvé une technique:
- Quand on commence et qu'on met notre symbole dans un coin, et qu'à son tour, l'adversaire ne met pas son symbole au centre, nous avons forcément gagné.

# Premières recherches

- Nous avons rapidement trouvé une technique :
- Quand on commence et qu'on met notre symbole dans un coin, et qu'à son tour, l'adversaire ne met pas son symbole au centre, nous avons forcément gagné.
- Nous avons donc élaboré une technique comportant 4 cas : \*



# Premières recherches

# Premières recherches

Pourquoi une technique en 4 cas ?

Pourquoi pas 8, étant donné qu'il restera, après notre tour, 8 cases ?



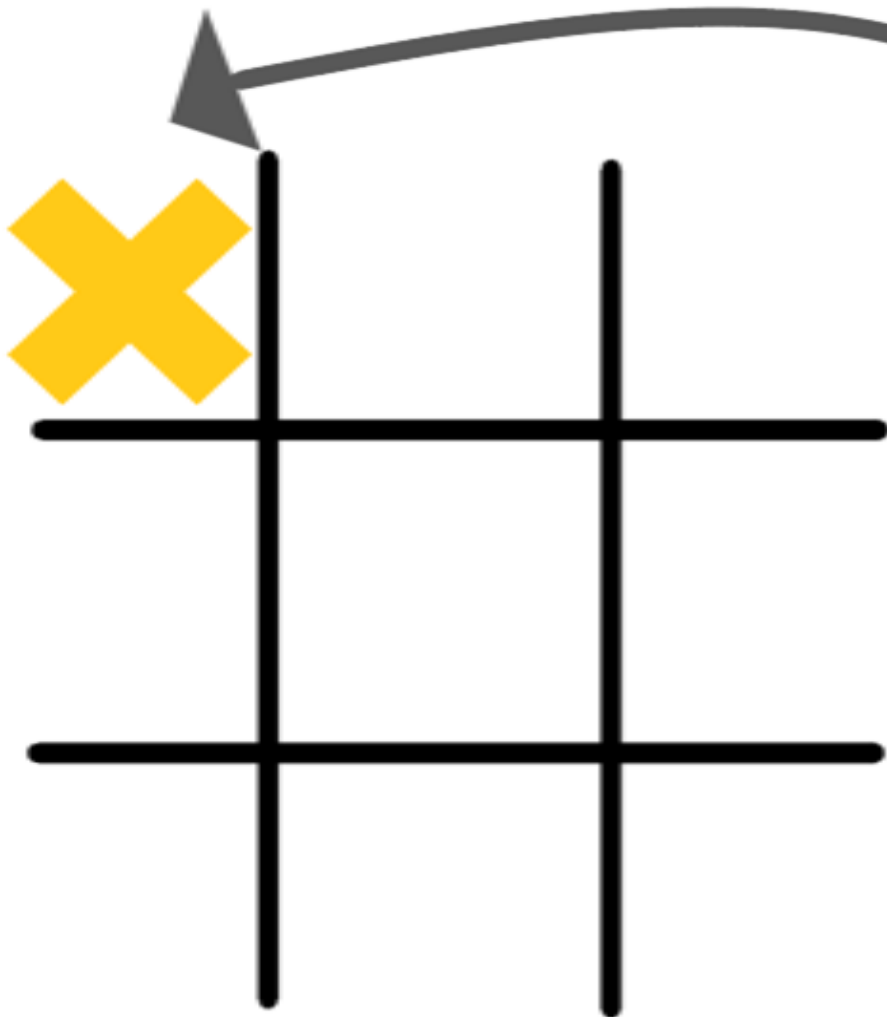
# Premières recherches

Pourquoi une technique en 4 cas ?

Pourquoi pas 8, étant donné qu'il restera après notre tour 8 cases ?

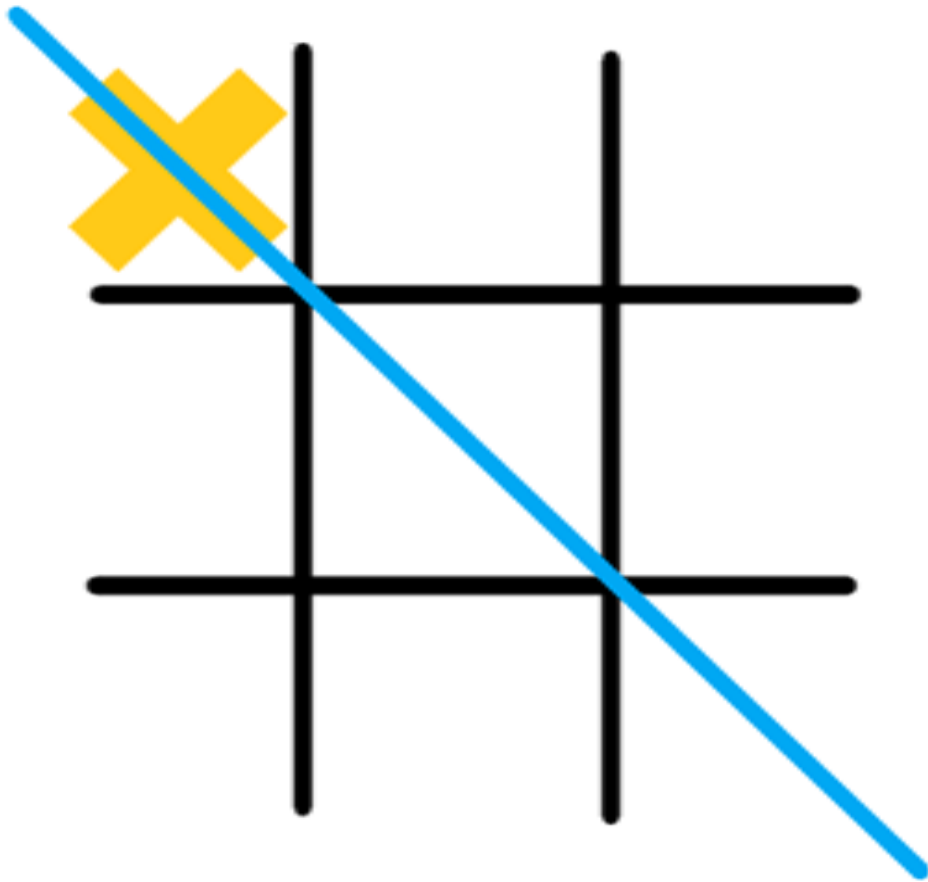
Nous avons élaboré un propriété en 4 cas car nous fonctionnons comme\*\* une symétrie axiale (on vous montre un schéma en plus des explications, ce sera plus facile) :

# Premières recherches



On commence par mettre  
notre 1er symbole dans un  
coin.

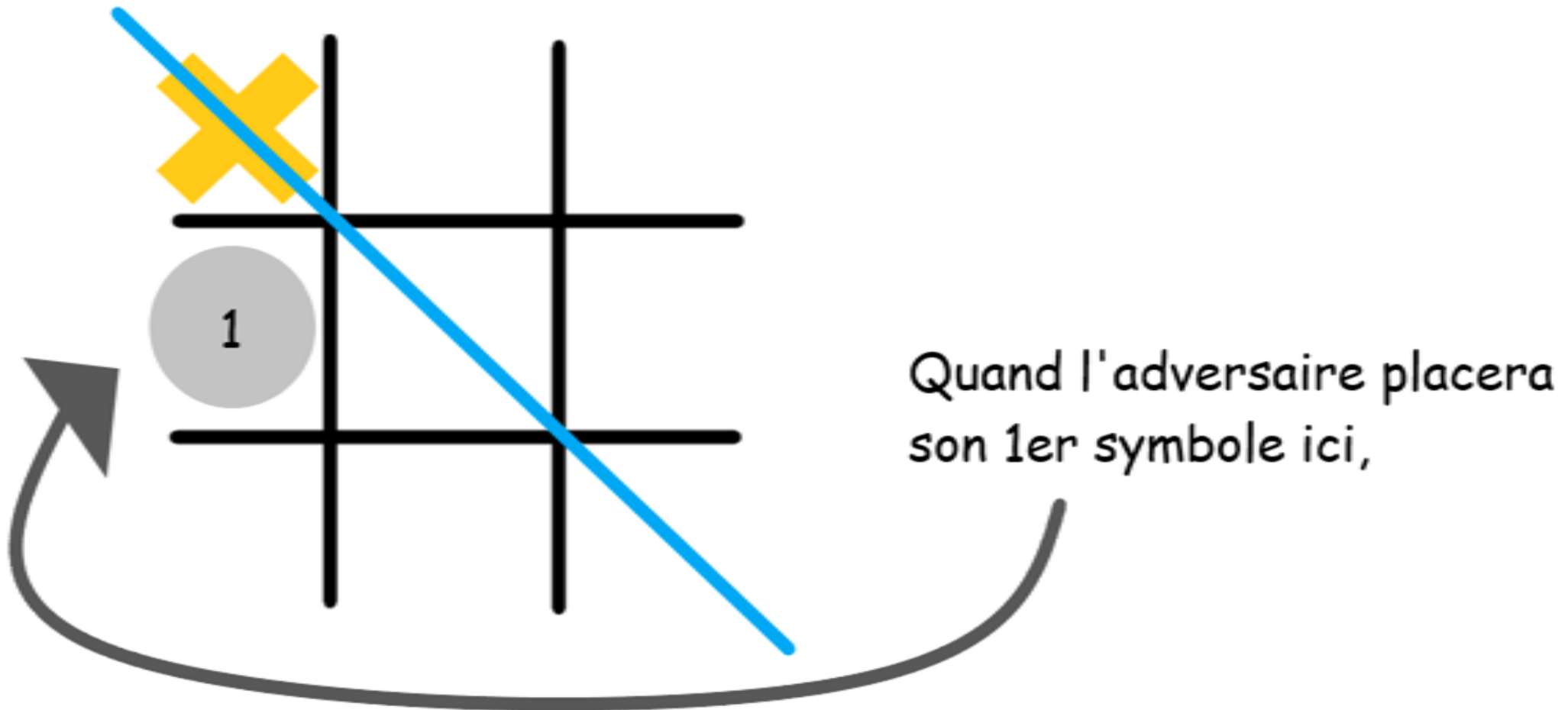
# Premières recherches



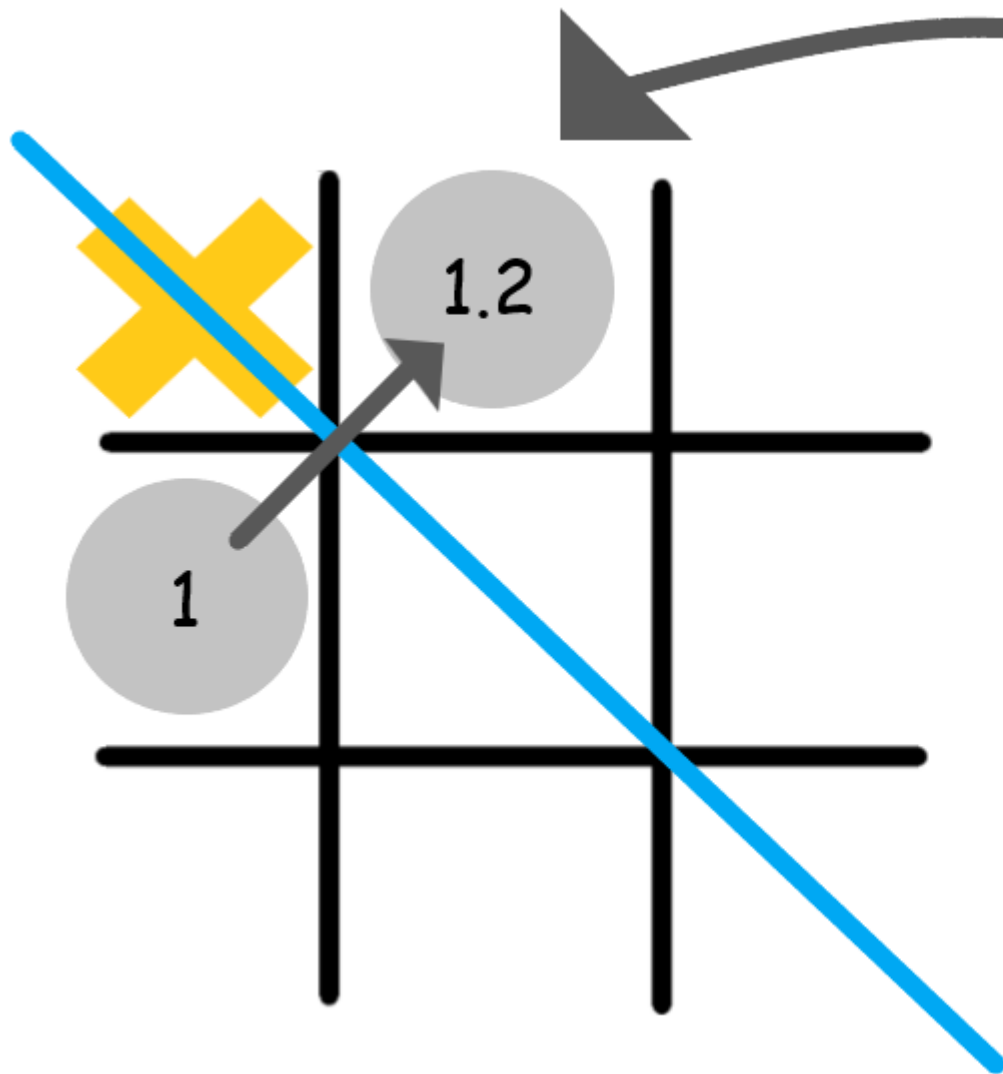
Et considérons cet  
axe de symétrie :



# Premières recherches

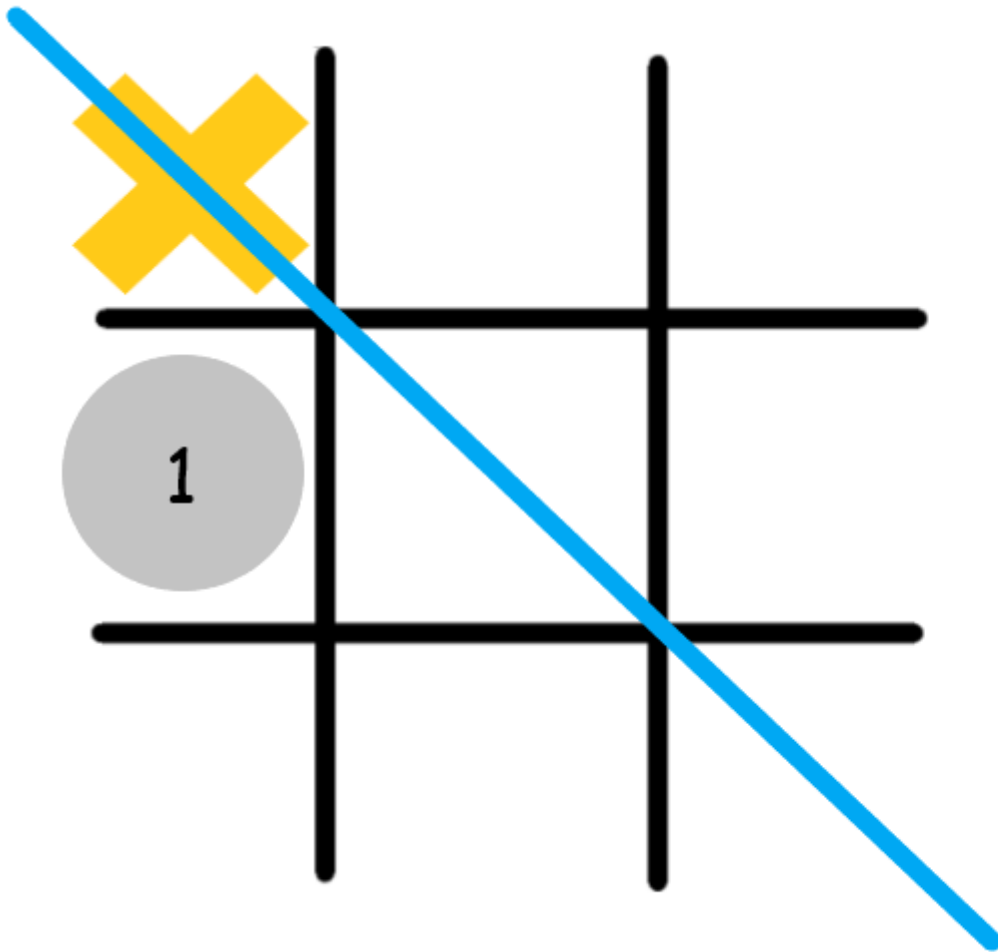


# Premières recherches



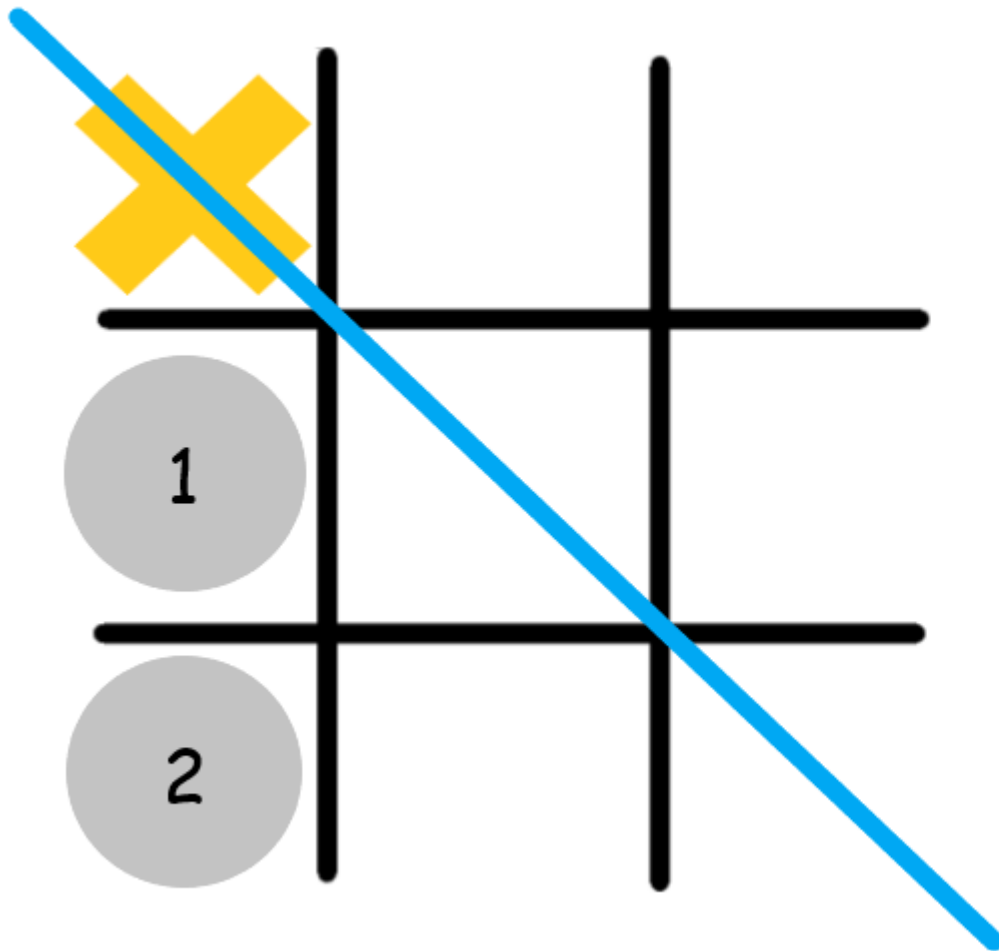
On considérera que  
c'est la même chose  
que s'il l'avait mis ici !

# Premières recherches



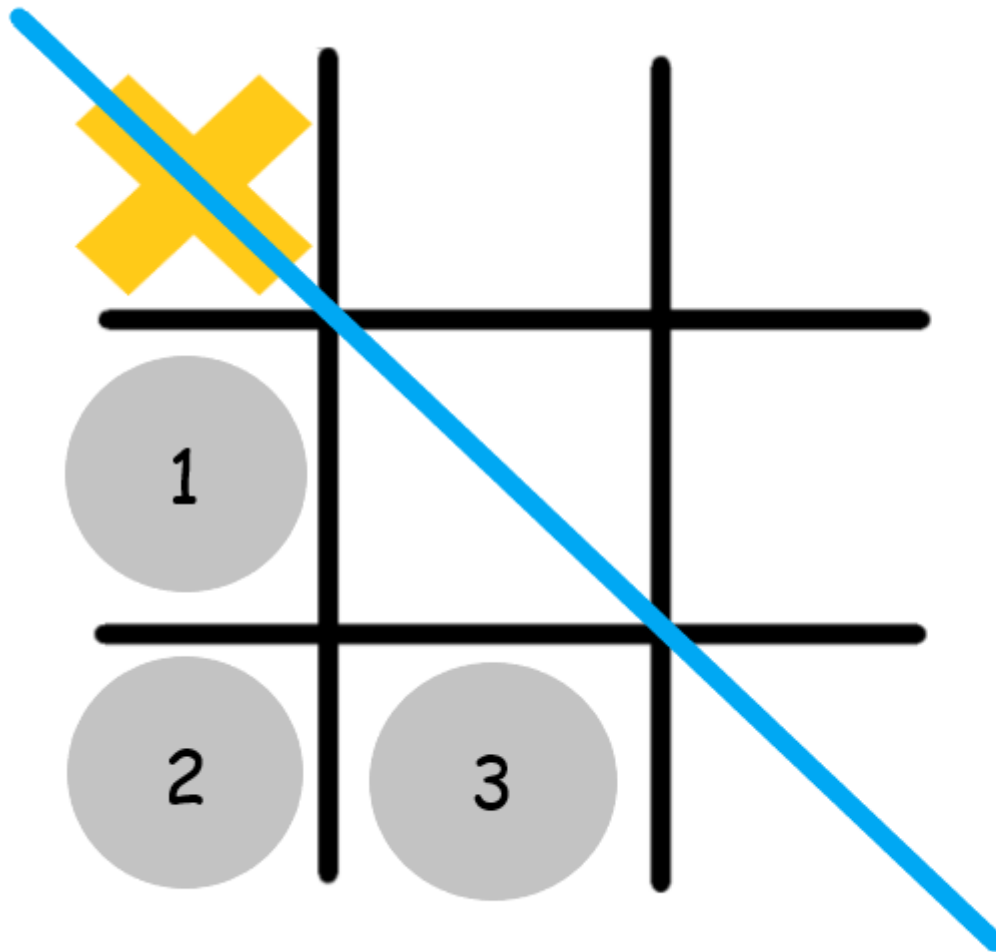
Nous avons donc : 1 cas,

# Premières recherches



Nous avons donc : 2 cas,

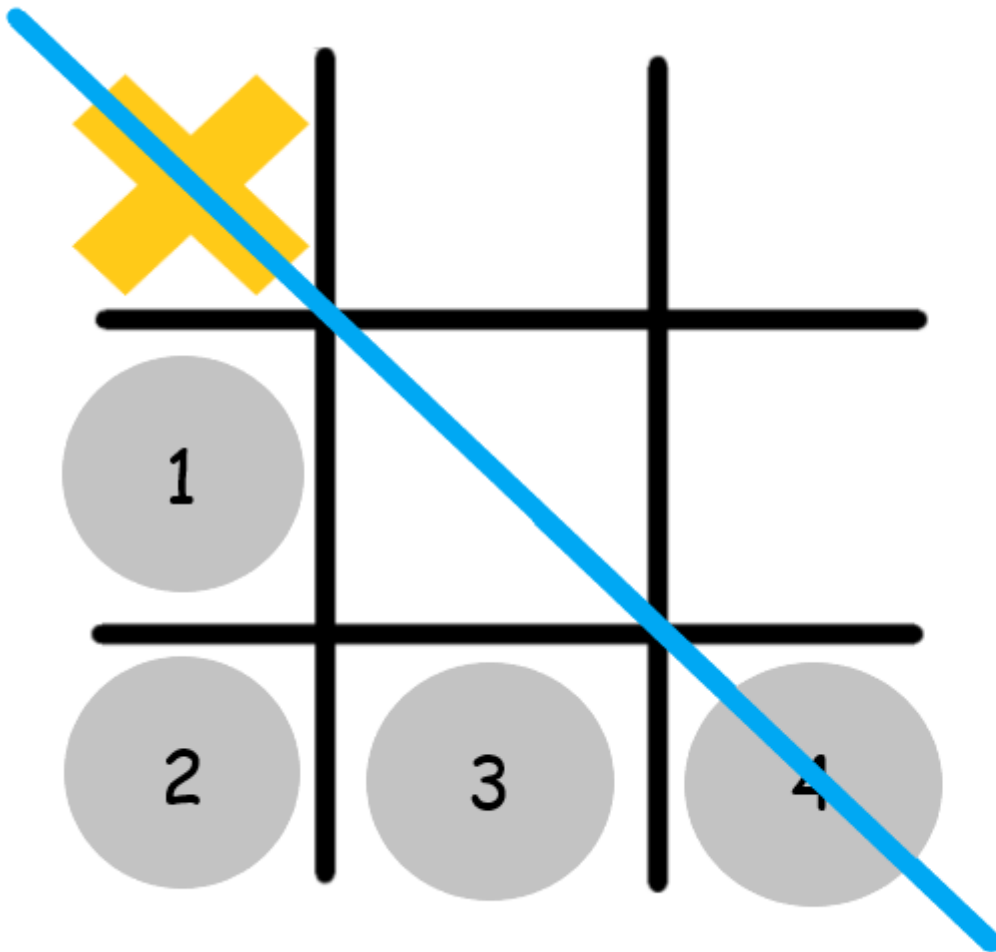
# Premières recherches



Nous avons donc : 3 cas,



# Premières recherches



Nous avons donc : 4  
cas possibles !  
(on se rappelle que  
l'adversaire ne doit  
pas mettre son 1er  
symbole au milieu, il y a  
donc 4 cas, et non 5 !)



# Premières recherches

# Premières recherches

*Ceci sera la légende pour les 4 cas,  
mais nous allons vous expliquer en  
détail le 1er:*

# Premières recherches

Ceci sera la légende pour les 4 cas,  
mais nous allons vous expliquer en  
détail le 1er:



1er symbole joué



2ème symbole joué



3ème symbole joué



1er symbole joué



2ème symbole joué

etc, etc, etc.

Légende pour le joueur 1 (nous)

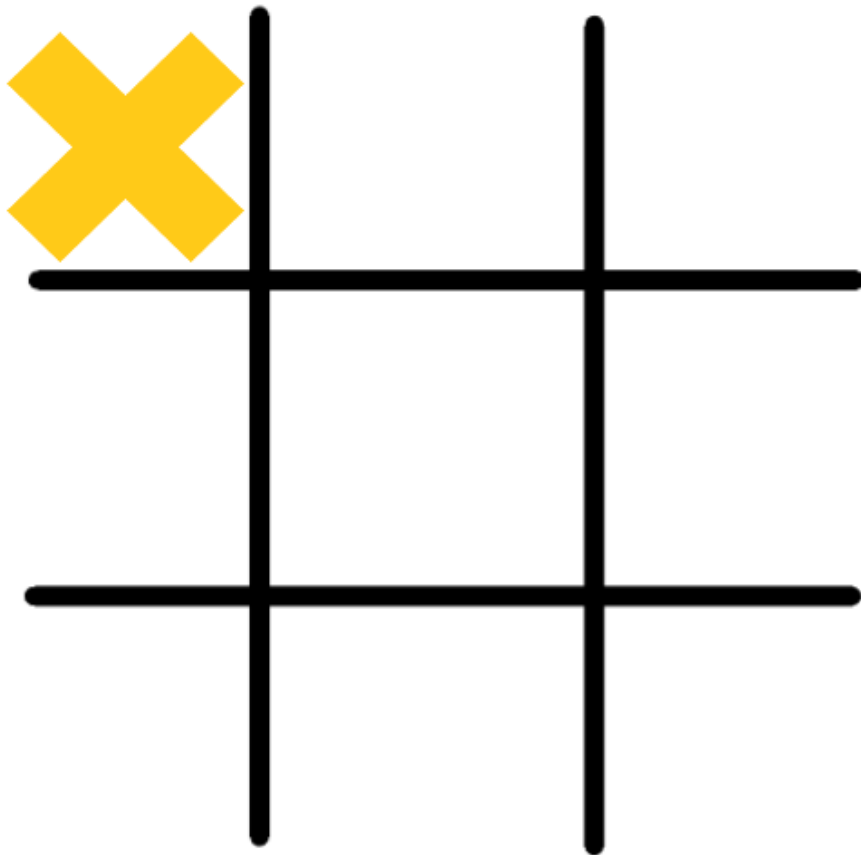
Légende pour le joueur 2 (l'adversaire)

# Premières recherches

1er cas :

# Premières recherches

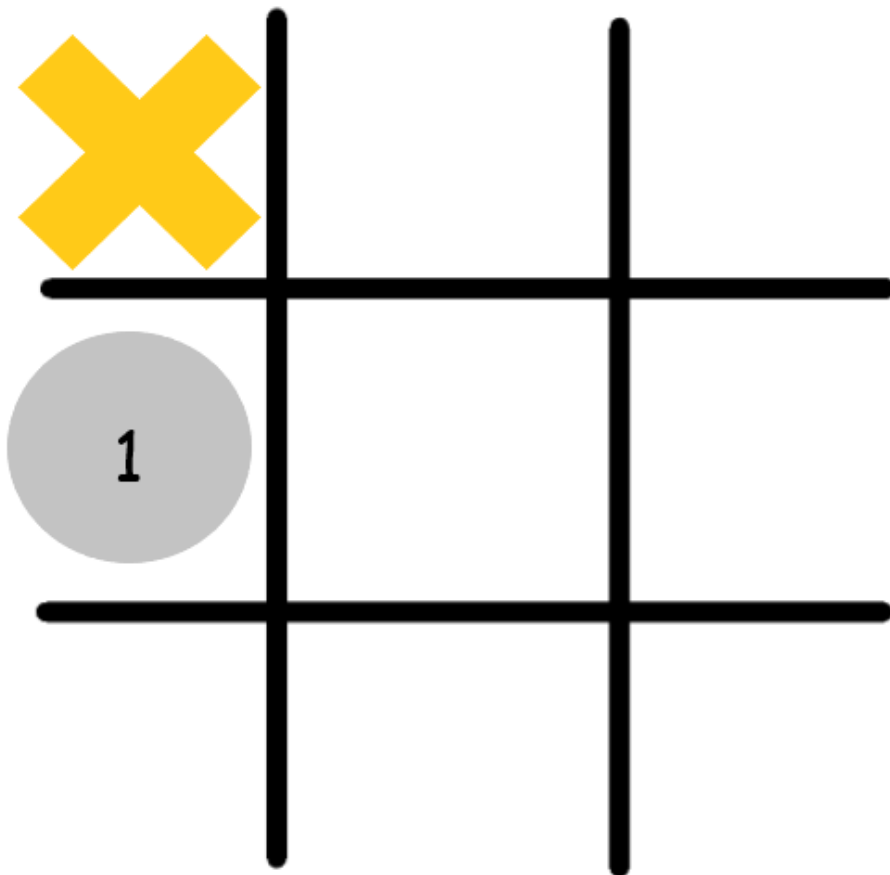
1er cas :



On commence par  
placer notre  
premier symbole  
dans un coin.

# Premières recherches

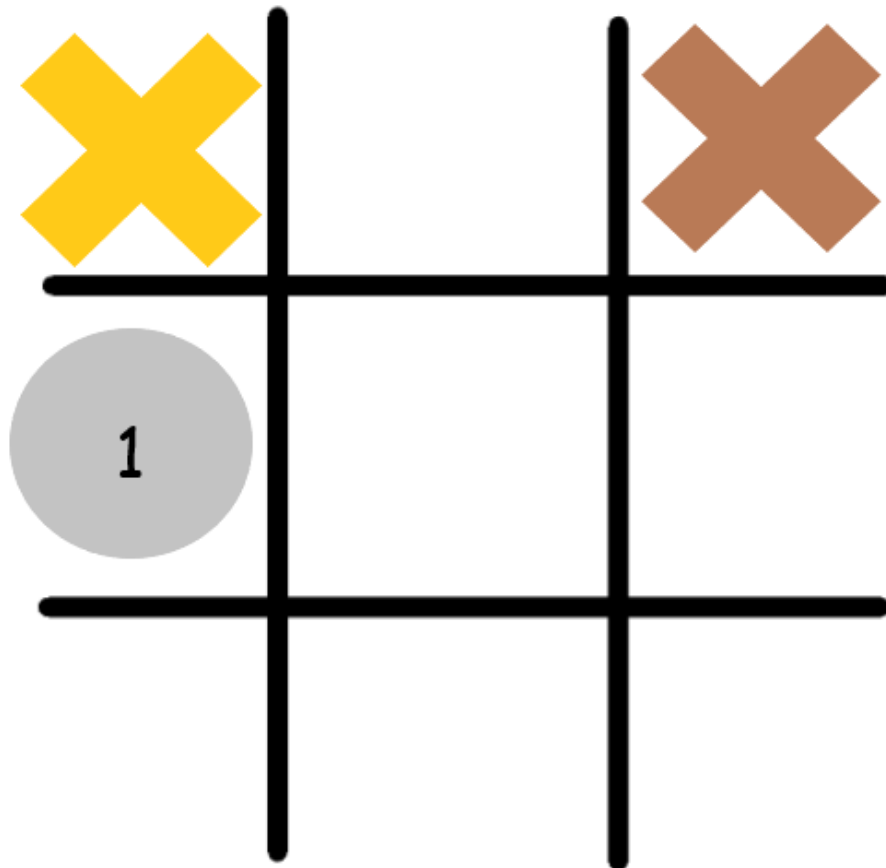
1er cas :



Et l'adversaire place alors son premier symbole (on rappelle qu'il y a 4 endroits possibles où il peut placer son premier symbole).

# Premières recherches

1er cas :

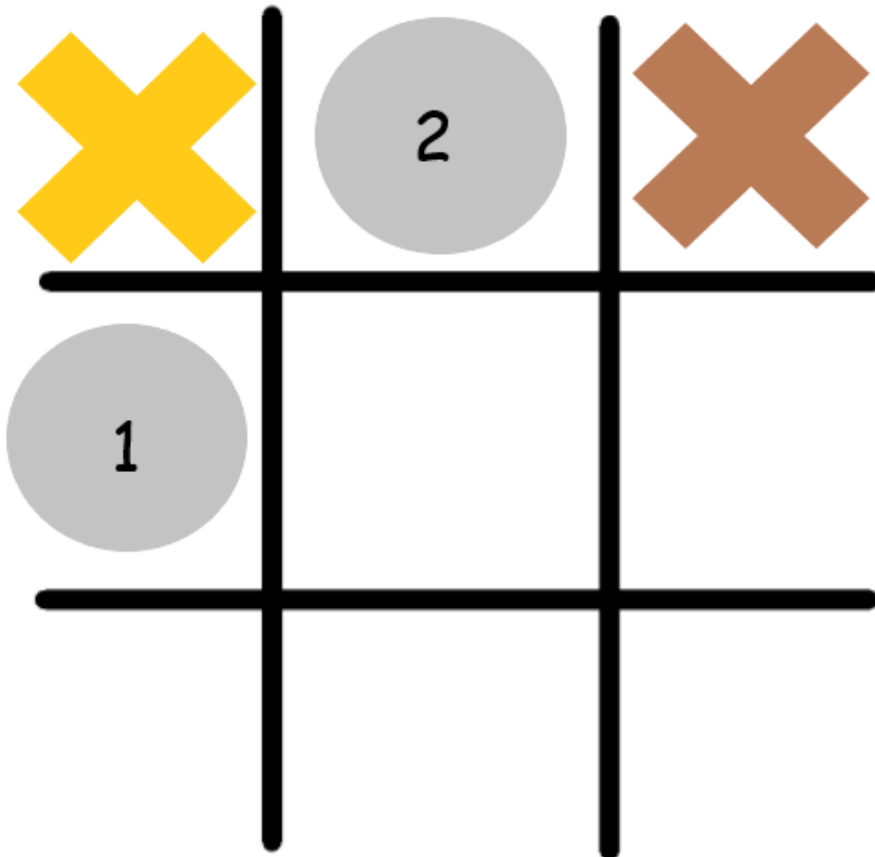


On place notre  
deuxième symbole  
ici.



# Premières recherches

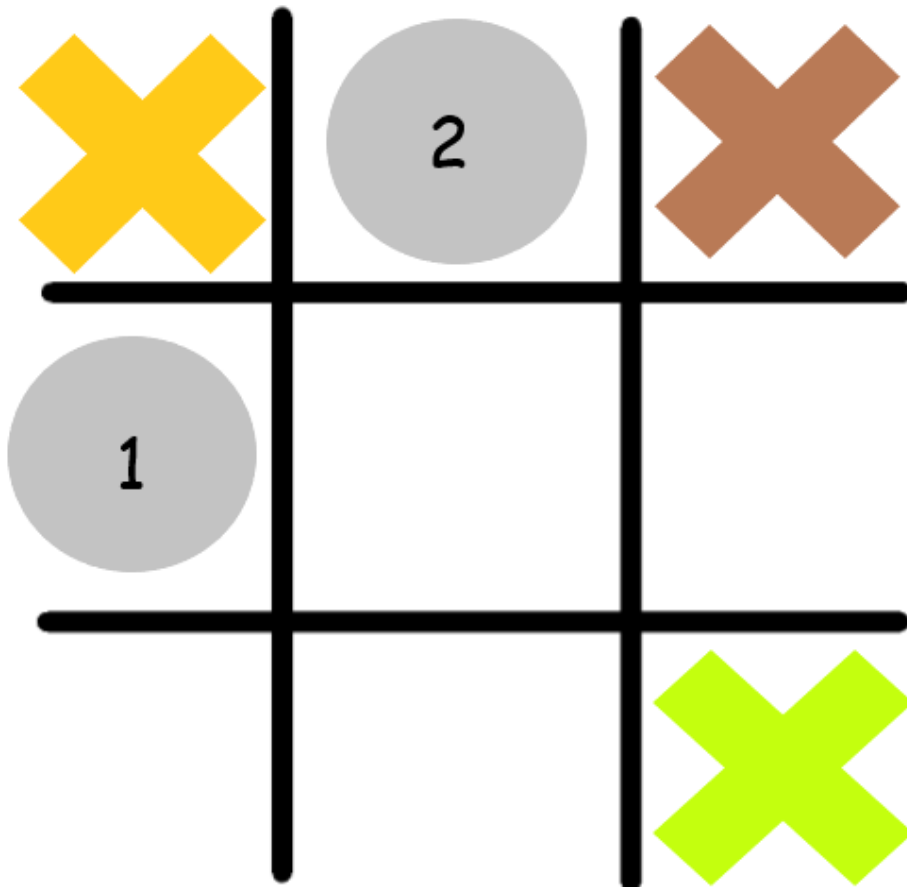
1er cas :



L'adversaire est donc obligé de placer son deuxième symbole ici, sinon nous gagnons au prochain tour.

# Premières recherches

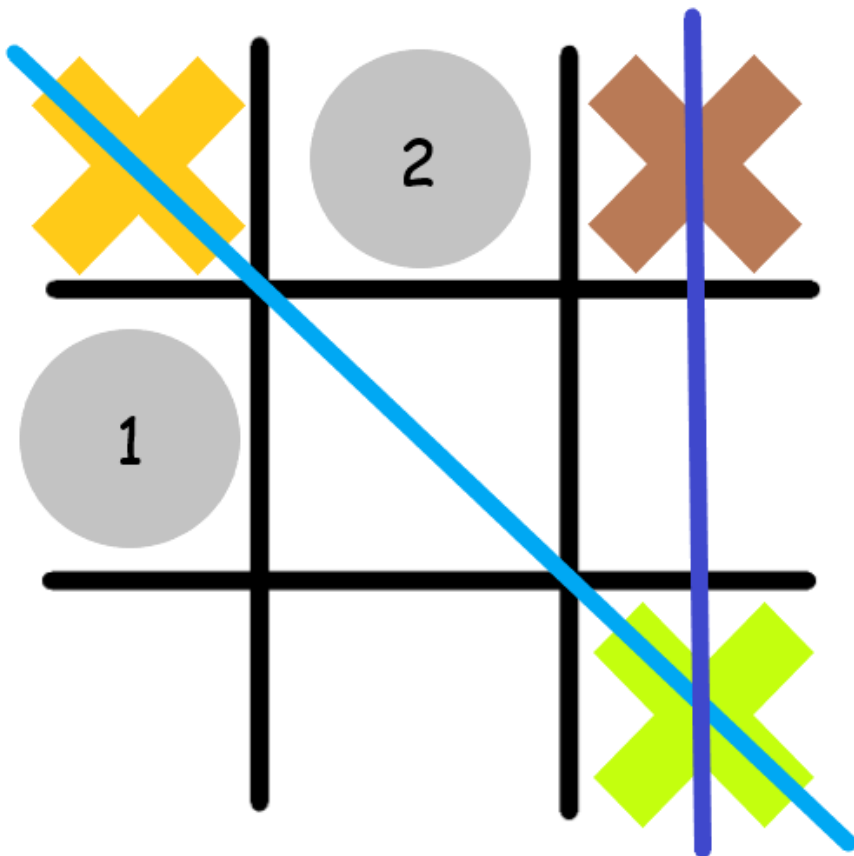
1er cas :



On place notre  
troisième symbole  
ici.

# Premières recherches

1er cas :



Et, en fonction de là où va jouer l'adversaire, on gagne soit dans la diagonale bleu clair, soit dans la colonne bleu foncé !

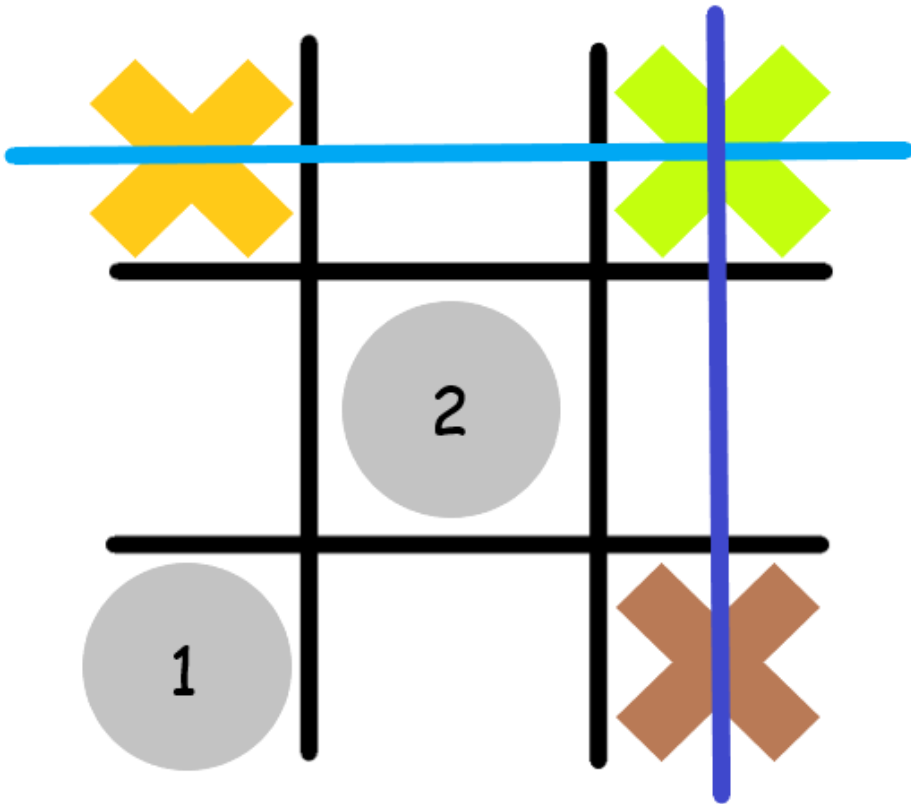
# Premières recherches

Pour de nombreuses raisons, dont la longueur faramineuse du diaporama, nous n'allons pas vous expliquer les 3 autres cas, qui sont similaires.

(Vous pouvez grâce à la légende présentée juste avant le 1er cas faire les étapes une à une.)

# Premières recherches

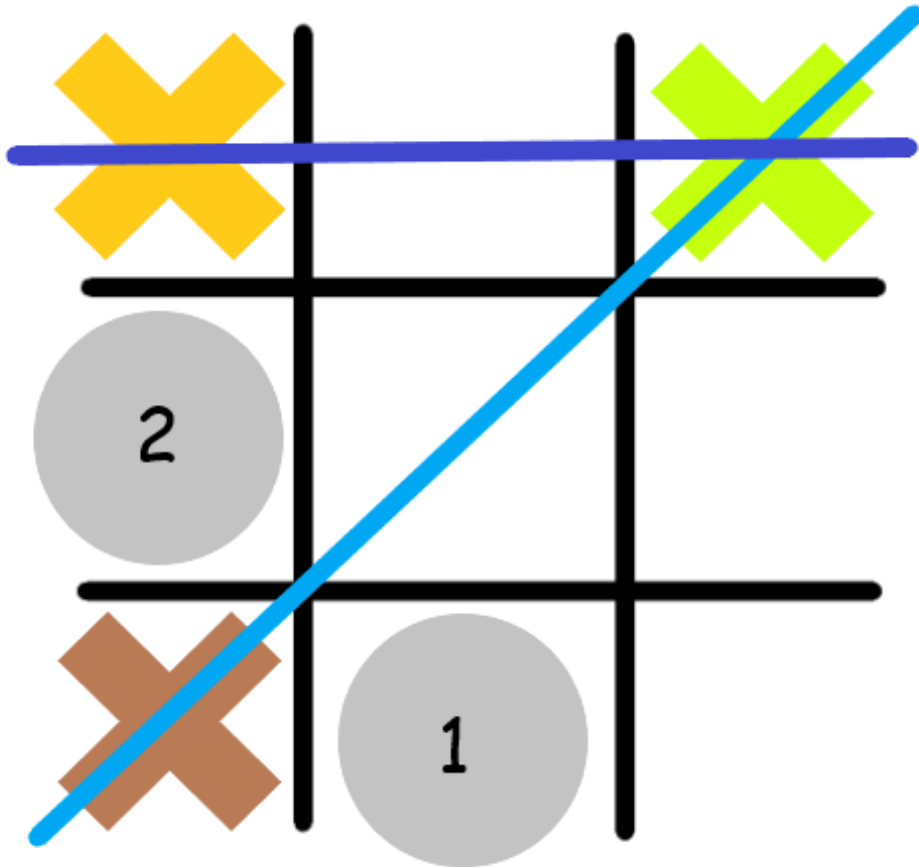
2ème cas :



En fonction de là où va jouer l'adversaire à ce moment-ci, on gagne en alignant trois symboles soit dans la ligne bleu clair, soit dans la colonne bleu foncé !

# Premières recherches

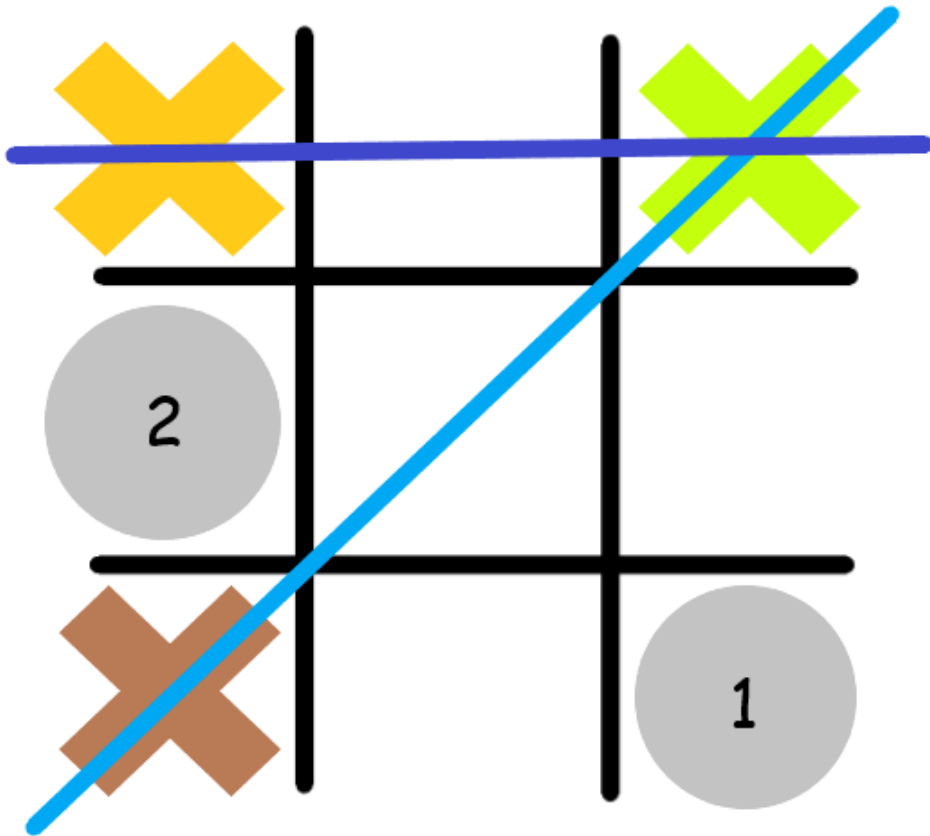
3ème cas :



En fonction de là où va jouer l'adversaire à ce moment-ci, on gagne en alignant trois symboles soit dans la diagonale bleu clair, soit dans la ligne bleu foncé !

# Premières recherches

4ème cas :



En fonction de là où va jouer l'adversaire à ce moment-ci, on gagne en alignant trois symboles soit dans la diagonale bleu clair, soit dans la ligne bleu foncé !

# Premières recherches

Malheureusement, l'année MATH en JEANSENne ne s'est pas terminée à cause de la pandémie du Covid-19, et nous n'avons pas pu complètement terminer ce sujet.



# Remerciements



# Remerciements

Nous remercions chaleureusement :

# Remerciements

Nous remercions chaleureusement :

- Notre chercheur, M. Jérôme FEHRENBACH,

# Remerciements

Nous remercions chaleureusement :

- Notre chercheur, M. Jérôme FEHRENBACH,
- Nos professeurs de mathématiques, Mme Hermon-Duc et M. Bordenave-Montesquieu,

# Remerciements

Nous remercions chaleureusement :

- Notre chercheur, M. Jérôme FEHRENBACH,
- Nos professeurs de mathématiques, Mme Hermon-Duc et M. Bordenave-Montesquieu,
- L'équipe MATH en JEANS.

# Merci de votre attention



*Avez-vous des questions ?*

## Notes de l'éditeur

### Le jeu des allumettes

- Diapo « Jeux des allumettes : règles » : remplacer "nous avons choisi celle-ci" par "... celle-là" (cf l'exemple, qui suit, des 5 allumettes restantes et la remarque sur la diapo "à posteriori")
- Diapo « Scratch » : dommage que "le programme le plus élaboré de l'univers" n'apparaisse pas.
- Diapo "Pour qu'il reste un "multiple de 4 + 1" Plutôt écrire "... 1 + un multiple de 4" ou "... (multiple de 4) + 1"
- Diapo "Technique de 4 + 1" ; le résumé est confus.
- Diapo «Résolution des inconvénients » : la résolution des inconvénients (ou l'énoncé de son impossibilité) n'est pas exposée.

### Le jeu du morpion

- Diapo "Premières recherches" \* Plutôt écrire (par exemple) ; " En voici la démonstration portant sur les 4 cas possibles »
- Diapo "Premières recherches" \*\* Plutôt écrire (par exemple) : « ... en nous servant de la symétrie axiale »

Bon exposé mais, curieusement, dans le jeu du morpion, il manque l'évocation de la technique gagnante : le premier jeton au centre.

Dror Alexinitzer