

histoire de cercles

par Amel Fardeheb, Michel Duret-Branco, Celtina Jacquier-Roux, Sophie Putelat, élèves de 1° S1 (module 94-95) du lycée Pablo Neruda de Saint-Martin-d'Hères (38)

enseignant : M. Jean-Claude Oriol

chercheur : M. Charles Payan, CNRS/LSD2

Résumé ...

Ce sujet qui nous semblait au départ plutôt concret, s'est révélé difficilement abstrait. En effet, les directions envisageables étaient multiples, donc nous avons établi des restrictions (par exemple nous avons positionné les cercles de manière symétrique).

Notre plus grande difficulté fut de traduire nos constatations géométriques en formules algébriques ; c'est pourquoi nous nous sommes limités à des démonstrations [raisonnements] géométriques.

This subject, which seemed rather concrete at the beginning, turned out to be highly abstract. There were indeed so many directions in this research that we had to put restrictions (for example we put the circles in a symmetrical position).

Our biggest difficulty was the transposition of the geometric observations into algebraic formulas. So we only used geometric demonstrations.

El tema que nos pareció más concreto al principio se revela difícilmente abstrato. En efecto, las diferentes direcciones para estudiarlo nos obligan a establecer restricciones (por ejemplo, posicionamos los círculos de manera simétrica).

Nuestro problema mayor fue de traducir nuestras constataciones geométricas en fórmulas algebraicas, es por eso que nos limitaremos a demostraciones geométricas.

Bei dieser Aufgabe, die uns erst konkret erschien, hat es sich herausgestellt, dass sie eher abstrakt ist. Die in Betracht zu sehenden Richtungen sind vielfältig, so dass wir Einschränkungen festgesetzt haben (zum Beispiel haben wir die Kreise symmetrisch angeordnet).

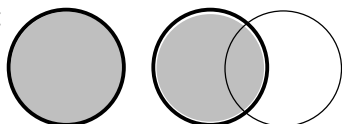
Unsere grösste Schwierigkeit bestand darin, unsere geometrischen Feststellungen in algebraischen Formeln umzusetzen ; aus diesem Grund beschränkten wir uns auf geometrische Ausführungen.

]sruetcel sel retiforp eriaf ne'd tnehcêpme
suon seuqinhcet sétluciffid sed ... ebarA ne
émusér nu tnelagé érapérp tneiava iuq
sevèlé xua sesucxe son : CLDN[

Comment faut-il positionner des cercles de base de même diamètre pour obtenir [couvrir] une surface circulaire pleine maximale ?

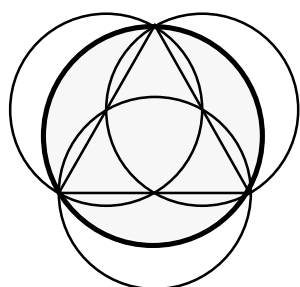
pour un et deux cercles

Qu'il y ait un ou deux cercles, la surface circulaire pleine maximale (en gras) sera toujours la même, c'est-à-dire égale à celle des cercles de base :



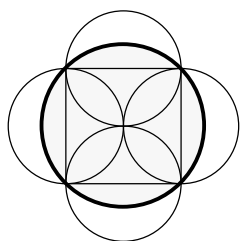
pour trois cercles

Lorsque nous sommes en présence de trois cercles de base, il faut [on peut] les positionner sur un triangle équilatéral :



Le cercle formant la surface circulaire pleine maximale (en gras) passe par les sommets de ce triangle. Donc, pour qu'elle soit maximale, il faut que la longueur des côtés du triangle soit maximale : donc les côtés du triangle passent par le centre des cercles, c'est-à-dire les côtés du triangle sont confondus avec les diamètres des cercles de base.

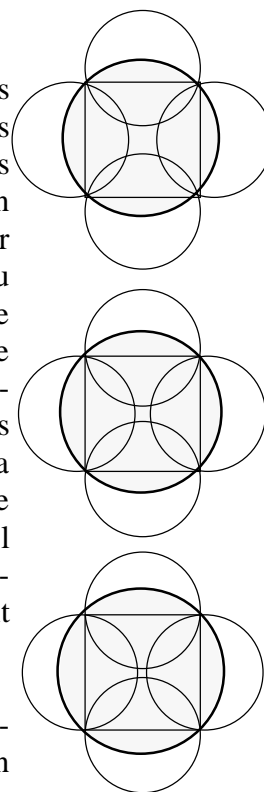
pour quatre cercles



Quand il y a quatre cercles de base, [on] les positionne de manière symétrique, leur centre formant un carré. On peut déterminer un carré inscrit dans la surface maximale pleine (en gras). Ce carré est défini par les quatre points d'intersection entre les cercles. Ainsi on peut démontrer que la surface circulaire pleine sera maximale quand les côtés du carré seront confondus avec le diamètre des cercles de base.

pour cinq cercles

Pour cinq cercles, nous avons positionné les quatre premiers cercles de façon symétrique, en prenant soin de laisser une surface vide au milieu qui sera ensuite remplie par le cinquième cercle de base ; curieusement, nous avons remarqué que plus la surface remplie par le cercle de base central était petite, plus la surface circulaire pleine était grande.



Comment expliquer cela ? De la même façon que dans le cas où il y a quatre cercles de base : le côté du carré doit être le plus proche possible du diamètre, mais il doit cependant impérativement couvrir une surface, si infime soit-elle, sans quoi on se retrouve dans le cas de quatre cercles de base.

]... eriaigats ruesseforp nu'd ebarA ne eriatnemmoc nu érésni ertê ûd tiarua ,ici : CLDN[