La conspiration de la Terre plate

Année 2020 – 2021

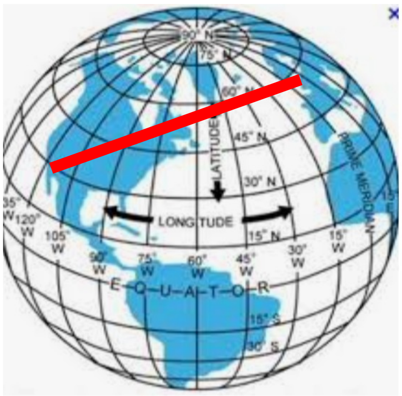
Élèves de 3ème : Benjamin FROIDURE et Baptiste VASSEUR
Établissement : Collège Alain-Fournier d'Orsay (91).
Enseignante : Florence FERRY.
Chercheur : Olympio HACQUARD.

Le sujet : Un vol de Londres à Los Angeles suit la trajectoire suivante :

Expliquer pourquoi la représentation habituelle des cartes est très mauvaise.
Comparer la surface du Groenland et de l'Algérie. Proposer une meilleure représentation.

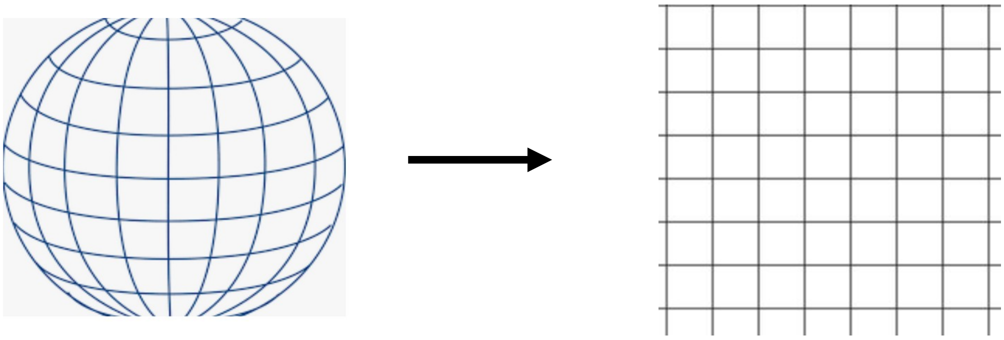
I – Un trajet étonnant

Commençons par observer le vol de l'avion ci-dessus, de Londres à Los-Angeles, sur une carte plate : le trajet de l'avion est une courbe et nous avons l'impression qu'il fait un grand détour par rapport à un trajet qui suivrait un segment d'extrémités les deux villes. Pourquoi l'avion ne suit-il pas une ligne droite ?
On peut penser que l'avion n'a pas le droit de survoler certaines zones**.**
Mais si nous revenons au trajet de l'avion en réalité sur une sphère (en rouge sur la figure ci-dessous), représentant notre planète, on se rend compte qu'il ne fait pas de détour.



En fait il suit la courbure de la terre, il suit le parcours d'un cercle ayant pour centre, le centre de la terre, qui passerait par les deux villes.
Notre carte nous montre donc une déformation de ce trajet, avec une courbe décrite d'une longueur beaucoup plus longue que le trajet réel.

Essayons d’expliquer cette déformation.
Prenons une sphère représentant la terre sur laquelle on place un quadrillage.

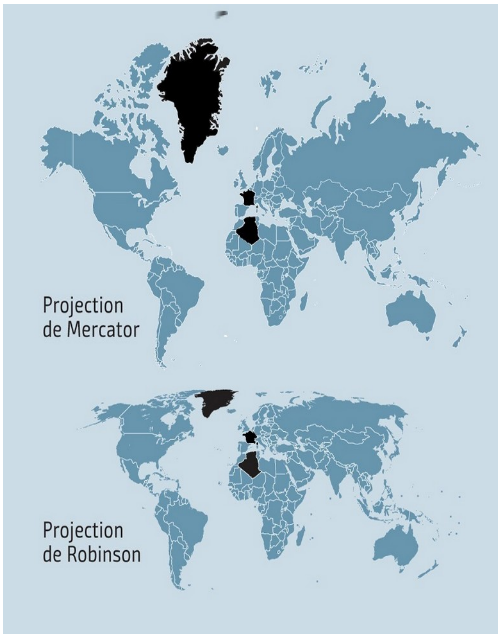


Le quadrillage à droite est très régulier, il ne correspond pas à celui de gauche. Il y a une sorte de distorsion, un agrandissement qui s’accentue lorsqu’on s’approche des carrés qui pourraient représenter les pôles.

II – Comparaison des surfaces

Nous allons maintenant comparer des surfaces. Les surfaces des pays sont-elles proportionnellement respectées ?

Prenons deux pays : l’Algérie et le Groenland.
La superficie de l’Algérie est de 2,382 millions de km² et celle du Groenland est de 2,166 millions de km² ; les superficies sont donc proches l’une de l’autre ; le Groenland à une superficie inférieure à celle de l’Algérie.



Pourtant, en regardant leur représentation sur une carte (ci-contre), le Groenland paraît bien plus grand que l’Algérie. Les proportions ne sont absolument pas respectées.

Nous retrouvons l’agrandissement des longueurs mises à plat, qui se produit lorsqu’on s’approche des pôles. L’Algérie est proche de l’équateur donc elle est peu déformée mais le Groenland est proche du pôle et donc sa représentation est beaucoup plus grande que sa taille réelle.

Prenons un autre exemple : à gauche l'Antarctique au pole sud, à droite sa représentation sur une carte.

Là encore, la représentation sur la carte est totalement déformée par rapport à la réalité

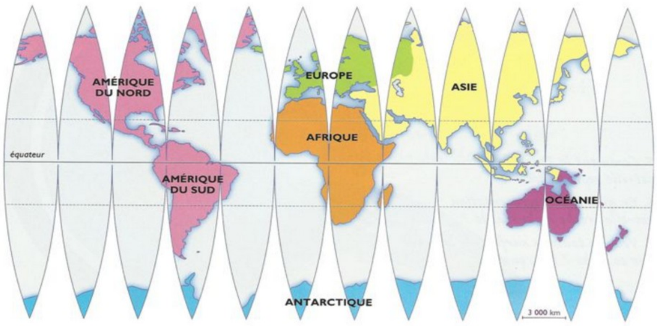
III – Pouvons-nous trouver une meilleure représentation ?

Nous avons eu trois idées :

- Idée 1 : Prendre des captures d'écran de toutes petites surfaces de la terre, trouvées sur Google Earth sur internet, puis les coller les unes à côté des autres pour reconstituer la planète à plat. Nous n'y sommes pas arrivés, cette méthode s'est révélée très longue et très imprécise. Nous avons abandonné assez vite.

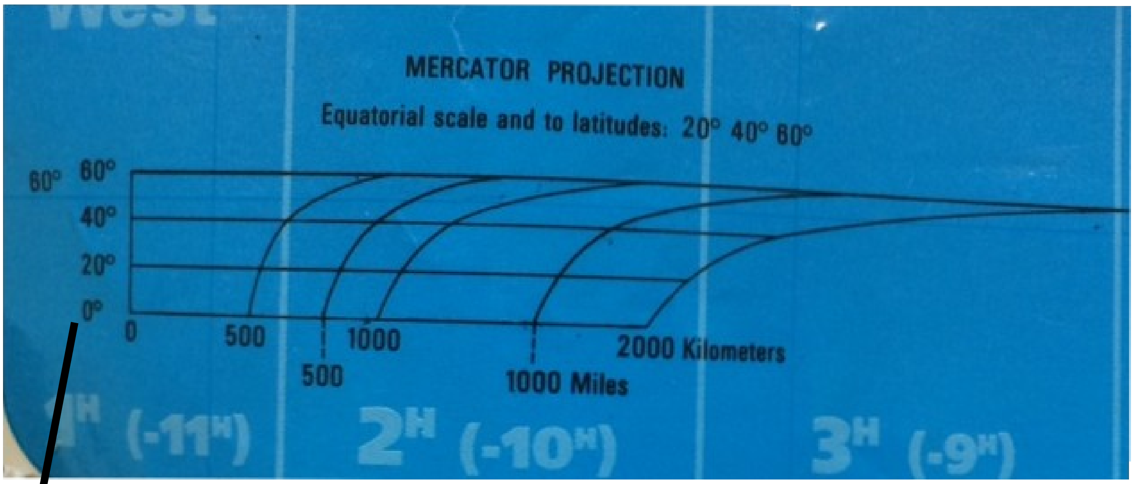
- Idée 2 : Prendre une orange vidée représentant la Terre, y dessiner les pays puis écraser la peau de l'orange ; au moment de l'aplatir plusieurs morceaux se sont déchirés. Nous avions une carte mais avec des trous.

Voici une idée de ce qu'on a obtenu :



Idée 3 : Trouver une légende/échelle, qui permet de retrouver facilement les dimensions réelles des distances et des surfaces en lisant la carte. Nous sommes allés fouiller dans la réserve de notre professeur d'histoire et nous avons trouvé une vieille carte qui pouvait convenir.

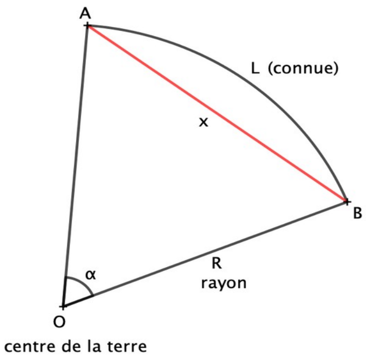
Voici la légende qu'on peut lire sur cette carte :



Le 0° correspond à l'équateur. Chaque pays va être repéré par un nombre noté x°, qui le sépare d'avec cet équateur. Lorsqu'on mesure une distance de 500 km sur l'équateur (avec l'échelle donnée), c'est la distance réelle ; mais lorsque la distance mesurée sur la carte se trouve sur un pays situé à x°, on reporte cette mesure sur la droite correspondant à x° de la légende, puis on suit la courbe tracée pour revenir sur la droite de l'équateur correspondant à 0° ; on peut alors retrouver la distance réelle. Avec cette légende, on remarque par exemple qu'une longueur mesurée sur la carte au niveau du parallèle 60° sera environ deux fois plus grande que la réalité.

IV – Calcul de distances

Pour finir, nous allons calculer la distance en ligne droite séparant deux villes et la comparer avec la distance réelle c'est à dire la distance la plus courte à vol d'oiseau, qui est celle en suivant la courbure de la terre.

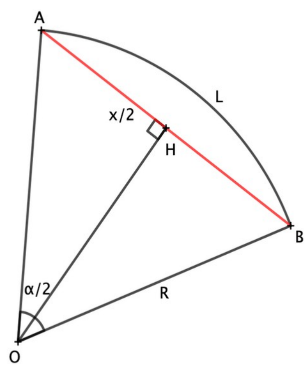


Soit A et B deux ville distinctes.
On note :
- R le rayon de la terre : 6 371 km.
- L le trajet réel pour aller de A à B
- O le centre de la terre
- x la distance la plus courte entre A et B.
- α l'angle $\widehat{AOB}$.

Remarque : α est proportionnel à L on peut donc faire un tableau de proportionnalité.

Angle (°)	α	180
Longueur (km)	L	$\pi \times R$

On a ainsi : $\alpha = \dfrac{180 \times L}{\pi \times R} = \dfrac{180 \times L}{6\,371\,\pi}$.



Calculons alors x :

OA = OB = R donc OAB est isocèle en O et donc la hauteur

issue du sommet principal O est aussi médiatrice de [AB] et
bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$.

OAH est rectangle en H : $\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{AH}{6\,371}$.

Donc : $AH=6\,371\times\sin\frac{\alpha}{2}$ et donc : $AB=2\times AH=12\,742\times\sin\frac{\alpha}{2}$ avec $\alpha=\frac{180\times L}{6\,371\,\pi}$.

Application 1 : A et B représentent respectivement Paris et Tokyo.
Dans ce cas : L = 9710 km.

$\alpha=\frac{180\times 9710}{6\,371\,\pi}$ et $AB=12\,742\times\sin\frac{\alpha}{2}$ ce qui donne environ 8797 km, plus de 1000 km d'écart avec la distance minimale séparant Paris de Tokyo sur la terre.

Application 2 : A et B représentent respectivement Paris et Orsay.
Dans ce cas : L = 21 km.

$\alpha=\frac{180\times 21}{6\,371\,\pi}$ et $AB=12\,742\times\sin\frac{\alpha}{2}$ ce qui donne environ 20,99999 km. Les deux villes étant très proches, cette fois, la distance AB correspond pratiquement à la distance réelle entre les deux villes à 1 centimètre près.