

# LE VALEUREUX TABLEAU ABSOLUTIQUE

Il s'agit d'étudier des tableaux dont chaque ligne est contenue les différences positives des nombres de la ligne précédente.

Plus précisément, pour un tableau de 4 colonnes:

A1	B1	C1	D1
$A2 =  A1 - B1 $	$B2 =  B1 - C1 $	$C2 =  C1 - D1 $	$D2 =  D1 - A1 $
$A3 =  A2 - B2 $	$B3 =  B2 - C2 $	$C3 =  C2 - D2 $	$D3 =  D2 - A2 $

Voici par exemple un tableau à quatre colonnes

7	4	18	4
63	14	14	63
49	0	49	0
49	49	49	49
0	0	0	0

Ce tableau se termine par des lignes de 0. Est-ce toujours le cas ?  
Quelles sont les propriétés de tels tableaux ?

**Travail réalisé par :**

*Fanny Blayac , Marie–Caroline Bret, Jérémy Deniau,  
Pauline Jeannot, Paul Liberman, Stéphanie Oulié.*

**Lycées PP Riquet de St Orens et Ozenne de Toulouse  
2004**

## I PREMIERS EXEMPLES

### Exemple de tableau à cinq colonnes

25	13	20	18	32
12	7	2	14	7
5	5	12	7	5
0	7	5	2	0
7	2	3	2	0
5	1	1	2	7
4	0	1	5	2
4	1	4	3	2
3	3	1	1	2
0	2	0	1	1
2	2	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1

etc....

Le tableau ne semble pas devoir se terminer.

La question est : *A quelle(s) condition(s) finit-on par avoir une ligne composée uniquement de 0 ?*

### Un cas simple : le tableau à deux colonnes

x	y
$ x - y $	$ y - x $
$ x - y  -  y - x $	$ y - x  -  x - y $

**Ainsi les tableaux à 2 colonnes se finissent toujours au plus tard à la 3ème ligne.**

*Mais les calculs dans le cas général étant plus compliqués, nous avons par la suite étudié des tableaux pour lesquels les nombres de départ avaient des liens entre eux*

## II NOMBRES CONSECUTIFS

### 1 Nombres consécutifs pour trois colonnes

Un exemple

8	9	10
1	1	2
0	1	1
1	0	1
1	1	0

etc...

De façon générale

x	x+1	x+2
$ x - (x+1) $	$ (x+1) - (x+2) $	$ (x+2) - x $
0	1	1
1	0	1
1	1	0
0	1	1

etc...

La troisième et la sixième ligne sont toujours identiques.

**Le tableau ne pourra donc pas se terminer...**

### 2 Nombres consécutifs pour six colonnes

Exemple:

5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	5
0	0	0	0	4	4
0	0	0	4	0	4
0	0	4	4	4	4

etc...

De façon générale

$x-1$	$x$	$x+1$	$x+2$	$x+3$	$x+4$
1	1	1	1	1	5
0	0	0	0	4	4
0	0	0	4	0	4
0	0	4	4	4	4

Toutes les lignes qui suivent semblent devoir être composées de 4 et de 0 sans que le tableau ne se termine...

*Cette étude nous a amené à nous poser la question suivante : existe-t-il une régularité dans l'apparition des lignes ?*

### III LES PERIODES

#### Exemple de période de 3

12	4	28
8	24	16
16	8	8
8	0	8
8	8	0
0	8	8
8	0	8



**Période  
de 3**

On retrouve une ligne déjà obtenue, les suivantes seront donc une répétition des tris dernières lignes. le tableau ne peut pas se terminer.

## Exemple de période de 6

8	2	6	2	10
6	4	4	8	10
2	0	4	2	2
2	4	2	0	4
2	2	2	4	0
0	0	2	4	2
0	2	2	2	2
2	0	0	0	2
2	0	0	2	2
2	0	2	0	0
2	2	2	0	0
0	0	2	0	2
0	2	2	2	2



Ici, période  
de 6

*En étudiant un grand nombre de tableaux grâce à un tableur, nous avons constaté qu'il existait un lien entre le nombre de colonnes et la période du tableau.*

**Si le nombre de colonnes est 2, 4, 8, ou plus généralement une puissance de 2, alors le tableau semble se terminer.**

Sinon ....

## Relation nombre de colonnes/périodes

*Si le nombre de colonnes est multiple de 3*

- ☞ 3 colonnes => 3 lignes
- ☞ 6 colonnes => 6 lignes
- ☞ 12 colonnes => 12 lignes
- ☞ 15 colonnes => 15 lignes
- ☞ 30 colonnes => 30 lignes

*Nombre de colonnes multiples de 7*

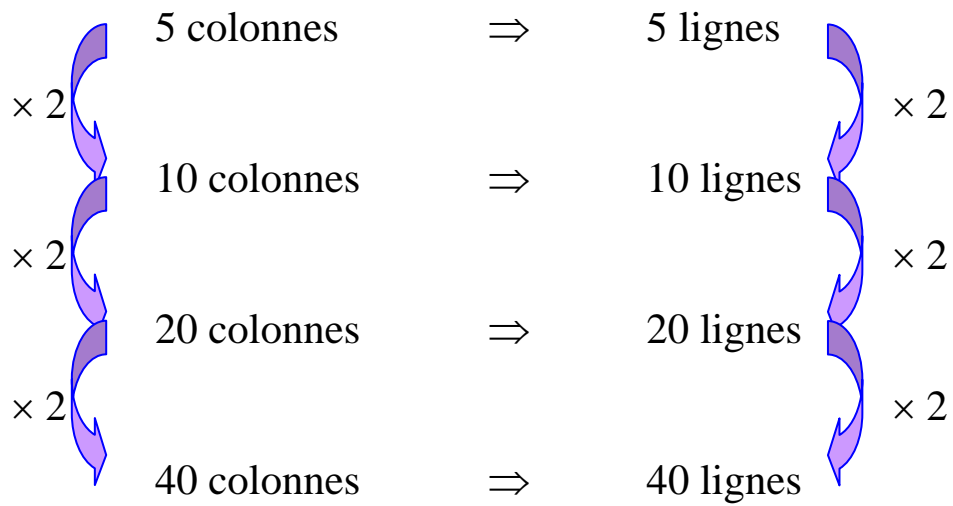
☞ 7 colonnes  $\Rightarrow$  7 lignes

☞ 14 colonnes  $\Rightarrow$  14 lignes

☞ 28 colonnes  $\Rightarrow$  28 lignes

*Mais pour 5 colonnes*    **La période est 15 !**

Il existe aussi quelques règles de calcul



*Voici un autre phénomène intéressant que nous avons observé mais que nous ne savons pas expliquer : nous laissons le travail à d'autres !*

## IV LES DIAGONALES

### Exemple diagonales trois colonnes

	36	29	2
	7	27	34
	20	7	27
	13	20	7
	7	13	6
	6	7	1
	1	6	5
	5	1	4
	4	3	1
	1	2	3
	1	1	2

### Exemple diagonales six colonnes :

22	2	10	8	14	12
20	8	2	6	2	10
12	6	4	4	8	10
6	2	0	4	2	2
4	2	4	2	0	4
2	2	2	2	4	0
0	0	0	2	4	2
0	0	2	2	2	2
0	2	0	0	0	2
2	2	0	0	2	2
0	2	0	2	0	0
2	2	2	2	0	0
0	0	0	2	0	2
0	0	2	2	2	2
0	2	0	0	0	2

## V D'AUTRES CAS DEMONSTRABLES

*Nous avons vu que, si les nombres de départ ont un lien entre eux, les démonstrations sont parfois plus simples. Nous avons étudié le cas des nombres consécutifs*

☞ *On peut aussi étudier le cas des doubles*

☞ *Ou celui des carrés*

*Nous le ferons dans le cas des tableaux à quatre colonnes*

### 1 Les doubles

Exemple :

2	4	8	16
2	4	8	14
2	4	6	12
2	2	6	10
0	4	4	8
4	0	4	8
4	4	4	4
0	0	0	0

Démonstration :

x	2x	4x	8x
x	2x	4x	7x
x	2x	3x	6x
x	x	3x	5x
0	2x	2x	4x
2x	0	2x	4x
2x	2x	2x	2x
0	0	0	0

**Ce tableau se termine donc bien**



## 2 Les carrés

Exemple :

2	4	16	256
2	12	240	254
10	228	14	252
218	214	238	242
4	24	4	24
20	20	20	20
0	0	0	0

Autre exemple :

3	9	81	6561
6	72	6480	6558
66	6408	78	6552
6342	6330	6474	6486
12	144	12	144
132	132	132	132
0	0	0	0

Démonstration

$x$	$x^2$	$x^4$	$x^8$
$x^2-x$	$x^4-x^2$	$x^8-x^4$	$x^8-x$
$x^4-2x^2-x$	$x^8-2x^4+x^2$	$x^4-x$	$x^8-x^2$
$x^8-3x^4+3x^2+x$	$x^8-3x^4+x^2+x$	$x^8-x^4-x^2+x$	$x^8+x^4+x^2+x$
$2x^2$	$2x^4$	$2x^2$	$2x^4$
$2x^4-2x^2$	$2x^4-2x^2$	$2x^4-2x^2$	$2x^4-2x^2$
0	0	0	0

**Nous avons donc prouvé que dans ces cas, les tableaux à quatre colonnes se terminaient bien,**

*mais il reste beaucoup de travail pour connaître ces tableaux et leurs propriétés...*