

Les taquins

Carl Emmerik ROHDE, Mark MARTINET, Baptiste LEPETIT-AIMON et Yosef AJAN (3eme), Paul-Vincent MATHAE (5eme).

Lycée Prins Henrik (Lycée Français de Copenhague)
Enseignants: Mmes Benmamar, Royer et Mr Becker.
Chercheur : Nathalie Wahl

[Permutations existantes]

Lorsque l'on déplace une ou plusieurs cases, on effectue une permutation. Nous avons cherché combien il en existe en tout. Pour cela nous avons utilisé la factorielle. Prenons la factorielle du nombre 5, elle se note $5!$ et est égale à $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$. La factorielle de 7 est égale à $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ et ainsi de suite.

Pour trouver le nombre exact de dispositions possibles nous avons utilisé *la factorielle du nombre de cases mobiles sur le taquin + [1 pour] l'emplacement vide*. C'est à dire que sur un taquin 3×3 le nombre de permutations total est la factorielle de $8 + 1$: $9! = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 362\ 880$.

Sur un 3×2 , nombre de permutations vaut $6! = 720$.

Attention : nous avons ici dénombré toutes les permutations existantes mais toutes ne sont pas réalisables manuellement.

[Permutations réalisables]

Nous avons commencé par étudier le cas du 2×2 : il y a 4 cases donc en théorie il y aurait $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ possibilités.

Mais comme il n'est possible que de «tourner» les cases du taquin dans un sens ou dans l'autre au bout d'un moment nous revenons à la position initiale (au bout de 12 coups).

P.S. Cette technique a été appelée «*technique du roulement*» par les élèves d'Abu Dhabi.

Conjecture sur les roulements

Pour calculer le nombre de coups pour faire le tour du taquin et revenir à la position initiale, il faut multiplier le nombre de cases mobiles par le nombre total de cases.

[Nous avons aussi inventé quelques taquins particulier]

Le taquin «couleur» : à partir d'une combinaison de couleur donnée on doit en donner une autre ; le taquin «sudoku» : à partir de quatre 1, quatre 2, quatre 3 et trois 4, résoudre un sudoku en déplaçant les chiffres à la manière du taquin ; le taquin «drapeau» : à partir du drapeau d'un pays déplacer les couleurs pour qu'apparaisse le drapeau d'un autre pays, France – Hollande – Russie – Luxembourg par exemple.

Sujet (jumelé avec Abu Dhabi)

Les Taquins : Combien de permutations possibles existe-il?

Mots clés

TAQUIN, PERMUTATIONS, PERMUTATIONS CIRCULAIRES, DÉNOMBREMENT, FACTORIELLE