

Le mariage des filles de Ramdomie



En pays de Randomie on a voulu contrôler la natalité en envisageant de ne pas accorder systématiquement l'autorisation au mariage; et dès qu'une fille demande l'autorisation de se marier, l'officier d'état civil lui place 6 morceaux de ficelles dans la main. De chaque côté du poing fermé dépassent 6 extrémités. De chaque côté, on choisit au hasard les extrémités par paires et on les noue (figure 1). Si on obtient alors une boucle fermée (figure 2), la fille reçoit l'autorisation de se marier. Sinon, elle recommence l'épreuve un an plus tard.

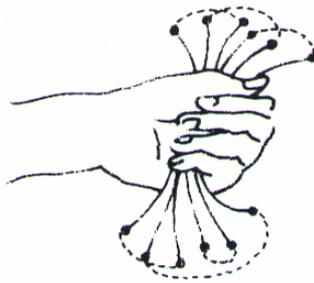


Figure 1



figure 2

Angie, qui vient d'avoir 18 ans voudrait se marier. Réussira t-elle à obtenir l'autorisation de se marier .

Et si le nombre de ficelles était n ?

Sujet proposé par Mr ALILI : Chercheur à l'université de Cergy

Recherche effectuée par Mlle Diop Maïmouna Collège Gérard Philippe Cergy

Milles Malcom et Faizan Collège des explorateurs Cergy

Année 2005

1 Le problème à quatre ficelles.

Nous avons numéroté les extrémités du haut des ficelles de 1 à 4 et les extrémités du bas de A à D. Les différentes possibilités de relier les extrémités du haut sont les suivantes :

1-2 3-4; 1-3 2-4; 1-4 2-3 ce qui donne trois possibilités.

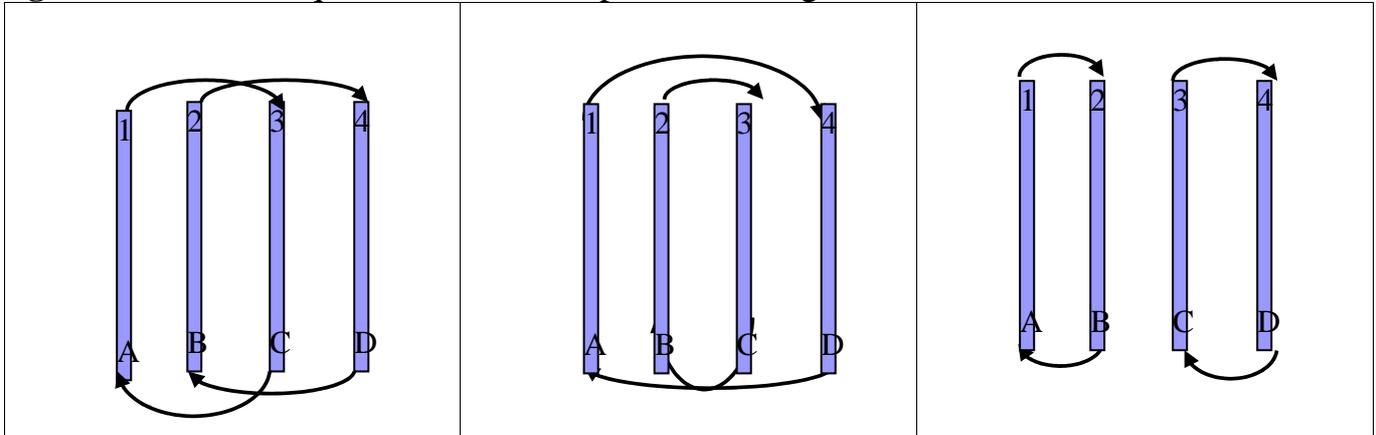
Les différentes possibilités de relier les fils du bas sont les suivantes :

A-B C-D; A-C B-D; A-D B-C;

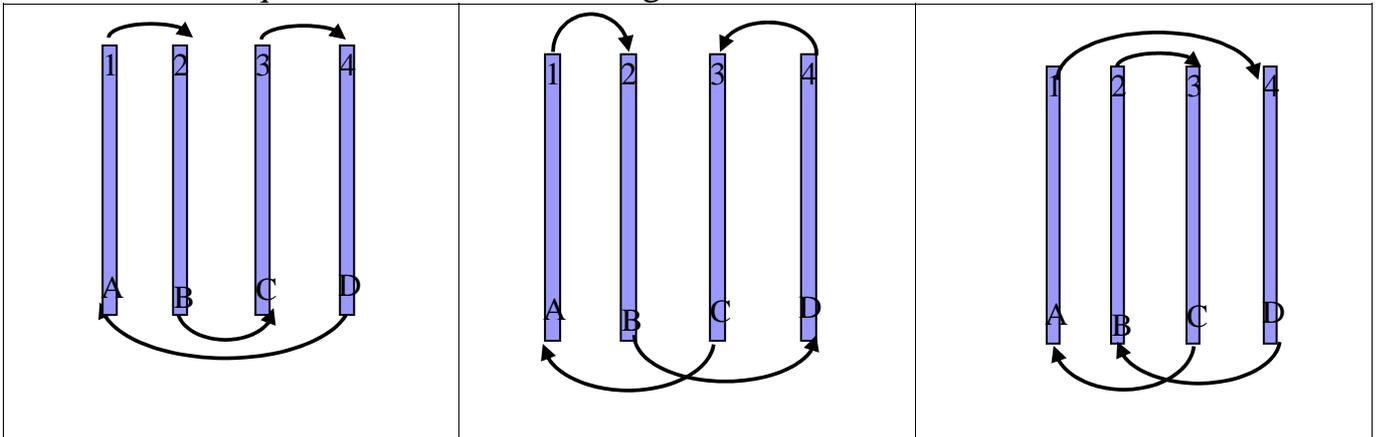
A chaque possibilité de nouer les extrémités du haut il y a encore trois possibilités de nouer les fils du bas. Il y a donc neuf ($3 \times 3 = 9$) possibilités au total.

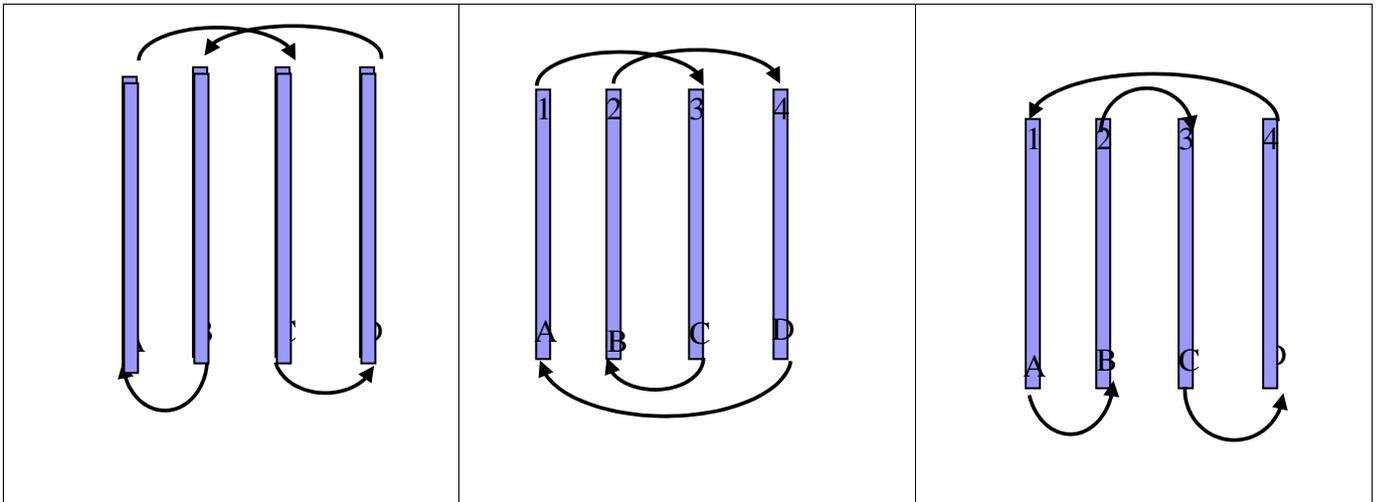
Parmi ces possibilités seules 6 d'entre elles permettent de faire une boucle (voir fig1).

fig1 : Les solutions qui ne conviennent pas : le mariage est interdit



Les solutions qui conviennent : le mariage est autorisé



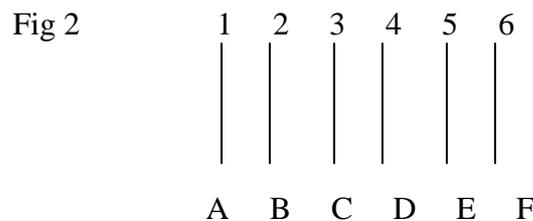


Conclusion pour 4 fils:

Angie a 6 chances sur 9 donc 66 % de chances de se marier ..

2. Le problème à six ficelles:

On a numéroté les extrémités du haut des ficelles de 1 à 6 et les extrémités du bas A, B, C, D, E, F, comme le montre la figure 2

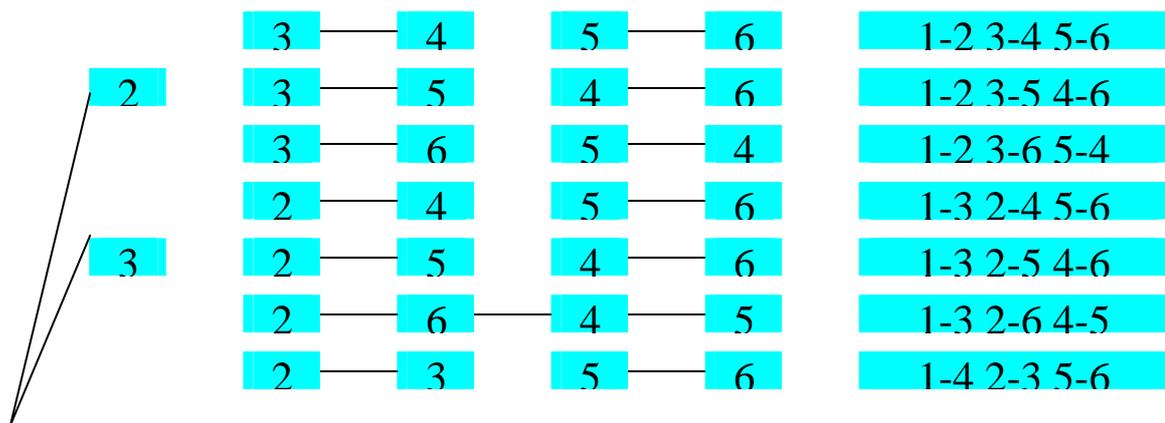


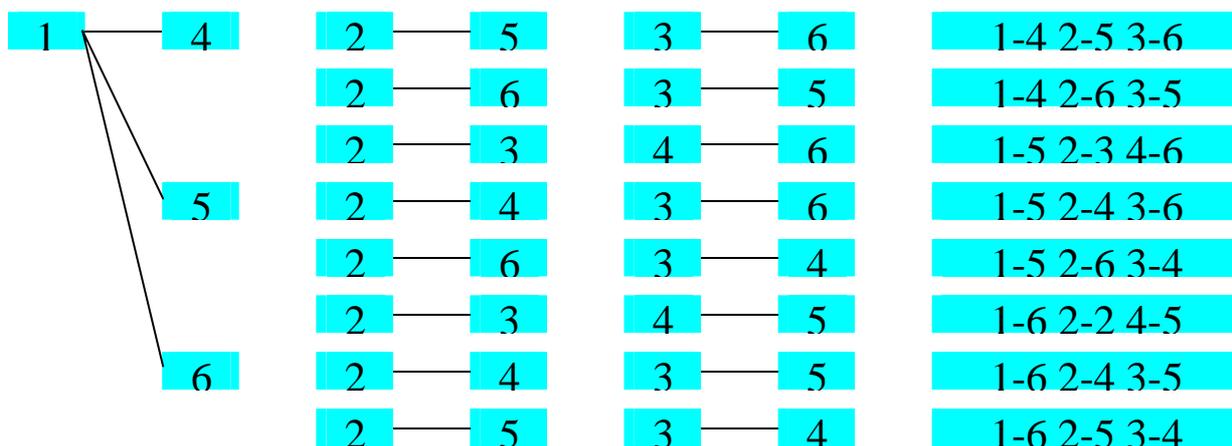
Les différentes possibilités de relier les fils du haut sont les suivantes, elles peuvent être visualisées sur la figure 3 ci-après.

- 1-2 3-4 5-6; 1-2 3-5 4-6; 1-2 3-6 5-4.
- 1-3 2-4 5-6; 1-3 2-5 4-6; 1-3 2-6 4-5.
- 1-4 2-3 5-6; 1-4 2-5 3-6; 1-4 2-6 3-5.
- 1-5 2-3 4-6; 1-5 2-4 3-6; 1-5 2-6 3-4.
- 1-6 2-3 4-5; 1-6 2-4 3-5; 1-6 2-5 3-4.

Nous avons trouvé 15 façons pour relier les extrémités supérieures des ficelles.

Figure 3 : Les différentes possibilités de relier les extrémités supérieures des ficelles



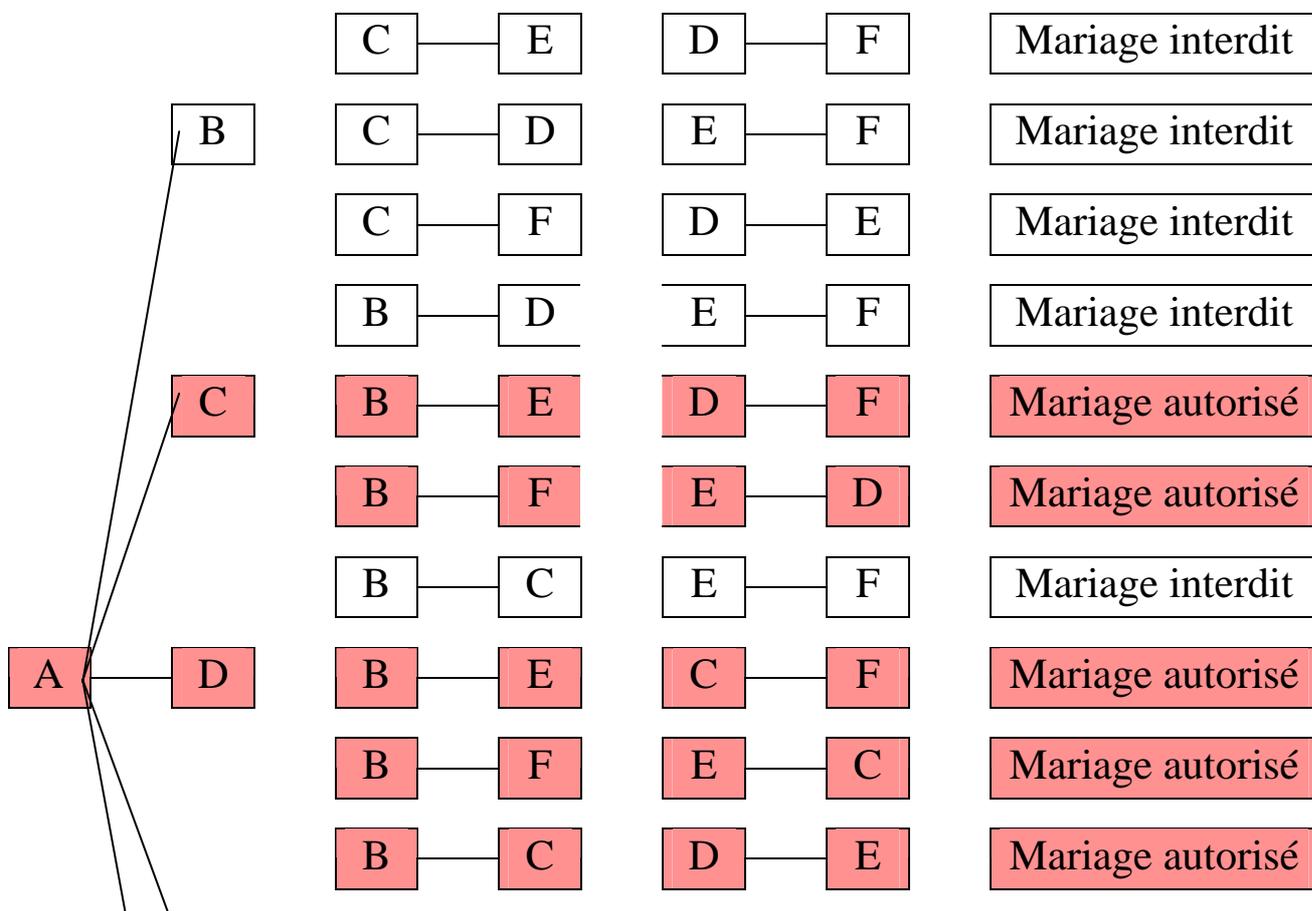


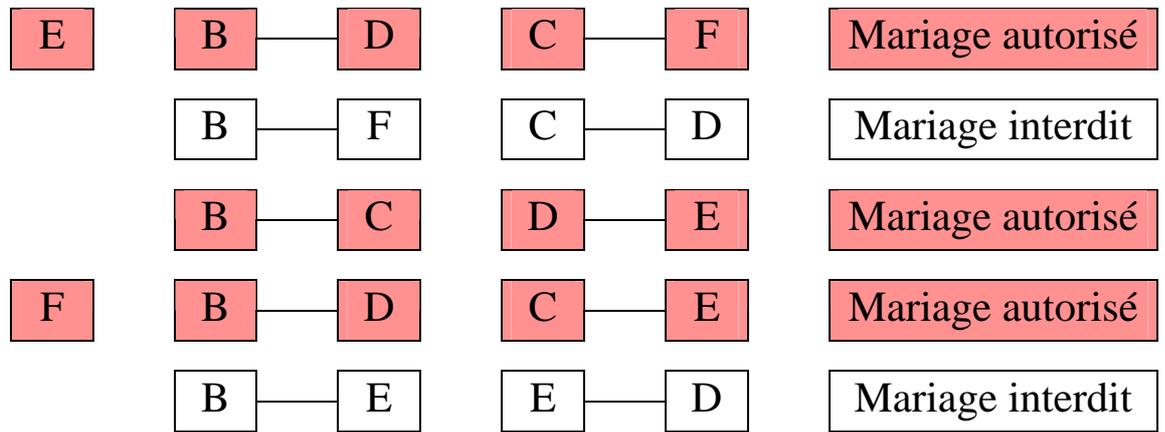
A chacune des façons de lier les extrémités du haut, il correspond 15 façons de lier celles du bas :

- | | | |
|--------------|--------------|--------------|
| A-B C-D E-F; | A-B C-E D-F; | A-B C-F D-E. |
| A-C B-D E-F; | A-C B-E D-F; | A-C B-F E-D. |
| A-D B-C E-F; | A-D B-E C-F; | A-D B-F E-C. |
| A-E B-C D-F; | A-E B-D C-F; | A-E B-F C-D. |
| A-F B-C D-E; | A-F B-D C-E; | A-F B-E C-D. |

La figure 4, ci dessous, permet de voir les 15 façons de lier les extrémités du bas quand les extrémités du haut sont liées de la façon suivante : 1-2, 3-4, 5-6.

Figure 4.





En résumé, il y a $15 \times 15 = 225$ possibilités.

Nous voyons que pour une façon de nouer les ficelles du haut, uniquement 8 cas sont favorables au mariage. Comme à chaque possibilité de nouer les ficelles du haut correspond une figure semblable à la figure 4, nous avons $8 \times 15 = 120$ cas favorables au mariage..

Conclusion pour 6 ficelles.

On a 120 possibilités de former une boucle sur 225 possibilités au total.

Donc le pourcentage des chances d'avoir une boucle et de se marier est $(120/225) \times 100 = 53\%$.

Angie a donc 53% de chance de se marier.

Conclusion générale

On remarque que si on considère un nombre plus grand de ficelles : 8, 10, ..., les chances de se marier vont en diminuant.