

Mathématiques et Relations ⁽¹⁾

Année 2014 – 2015

Alexis GERBE, Nathan MICHEL, Evan PERRIN, Kelvyn MERCIER , élèves de quatrième

Encadrés par DAVID Marie-Claude, BOUSQUET Stéphane, KROLL Jean-Yves, DUMONT Vincent

Établissements : Collège de la Côte Roannaise (Renaison) et Collège les Etines (Le Coteau)

Chercheur : Laurent PUJO MENJOUET, Institut Camille Jordan, Université de Lyon 1

Présentation du sujet

Quels sont les modèles existants sur la relation amoureuse ?

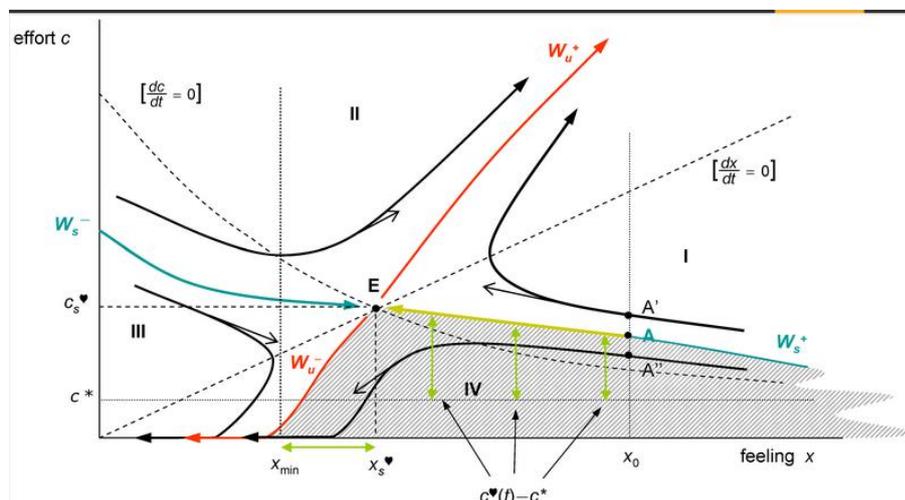
Que peut – on en déduire ? Quelle est leur utilité ?

Comment fonctionne le test du Dr Gottman et comment l'utiliser ?

1. Premier modèle

Nous avons commencé à travailler sur un article de José Manuel Rey, chercheur en mathématiques pour l'économie, et une conférence animée par Grégory Vial pour l'école Centrale de Lyon, au sujet de cet article.

JM Rey propose d'étudier les relations amoureuses selon deux caractères : le bien être ressenti dans le couple (feeling) par rapport au coût de l'effort pour que le couple se sente bien, effort qui rend un peu moins heureux...



Comment lire ce graphique ?

Si on choisit un point sur ce graphique, ses coordonnées sont (feeling, effort).

Plus le point est haut, plus l'effort produit par le couple pour être heureux doit être important, et inversement.

Plus le point est à droite, plus le bonheur du couple est important, et inversement.

Cette étude s'est révélée très compliquée pour nous. Nous avons donc décidé de porter notre attention

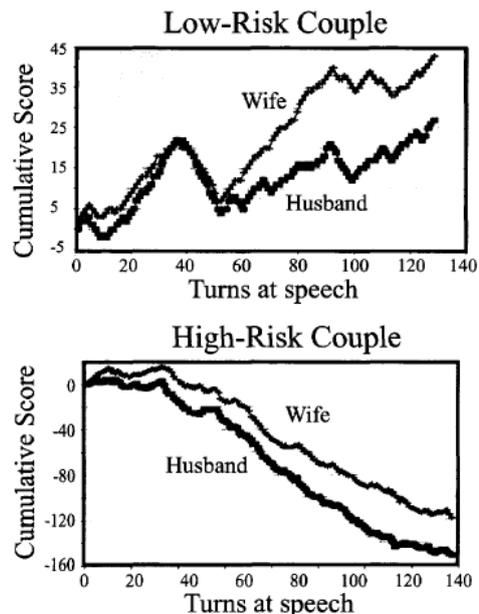
sur les travaux du Dr.Gottman.

2. Deuxième modèle : inspiré des travaux du Dr Gottmann.

Le livre The Mathematics of Marriage qui recense les travaux du Dr Gottman propose une première difficulté : il est écrit en anglais !

Mais un graphique en particulier nous a inspiré (voir ci-contre).

Les explications associées au graphique nous ont permis de mettre en place un protocole d'étude de relation amoureuse dont voici un résumé des détails.



3. Mise en pratique du Test Gottmann

Protocole d'étude

Nous avons décidé d'étudier des dialogues de couples, d'une durée suffisamment longue (au moins 5 minutes), et affecter un score à chaque détail qui nous semble donner une information sur la qualité de la relation du couple.

Nous nous sommes donc renseignés sur les détails à relever pour être scorés. Par exemple, lever les yeux en l'air est signe de mépris, croiser les bras indique une position de défense, tourner la tête signifie qu'on prend la fuite. Dans l'argumentation, on peut repérer différents profils d'individus : par exemple certaines personnes vont attaquer leur interlocuteur au lieu de discuter du problème qui les opposent.

Pour résoudre le problème de l'affectation du score, nous avons fait le choix de donner + 1 sur un détail positif pour le couple, et -1 sur un détail négatif pour le couple.

Pour finir, nous avons décidé d'affecter un score toutes les 5 secondes de conversation. Sur une durée plus courte, nous trouvions cela difficile car nous sommes peu entraînés à cet exercice et ne disposions pas de tous les outils du Love Lab du Dr Gottmann ; et sur une durée plus longue, nous avons trop de scores à poser et cela compliquait l'analyse.

Nous avons finalement complété un fichier Excel pour mener nos études. En voici une image:

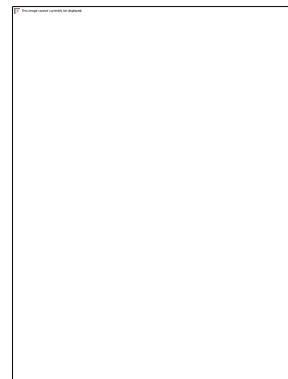
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
1	Tableau d'analyse																							
2	Temps en s	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	
3	Comportement																							
4	Visage																							
5	Bras																							
6	Jambes																							
7	Mains																							
8	Réactions																							
9	Langage																							
10	Ton																							
11	Sens des mots																							
12																								
13	Temps en s	115	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175	180	185	190	195	200	205	210	215	220	
14	Comportement																							
15	Visage																							
16	Bras																							
17	Jambes																							
18	Mains																							
19	Réactions																							
20	Langage																							
21	Ton																							
22	Sens des mots																							
23																								
24	Temps en s	225	230	235	240	245	250	255	260	265	270	275	280	285	290	295	300	305	310	315	320	325	330	
25	Comportement																							
26	Visage																							
27	Bras																							
28	Jambes																							
29	Mains																							
30	Réactions																							
31	Langage																							
32	Ton																							
33	Sens des mots																							
34																								

Recherche de couples à étudier

Comment tester notre protocole ? Nous ne voulions pas étudier de relations de notre entourage par crainte de froisser nos amis. Nos professeurs ont suggéré d'étudier des scènes de films.

Nous avons donc étudié deux scènes de La femme d'à côté, de François Truffaut et une scène de Quelques jours avec moi de Claude Sautet.

Dans La femme d'à côté, nous avons étudié une scène qui a lieu dans un parking, puis une scène qui a lieu un peu plus tard, dans une maison de repos où séjourne Fanny Ardant



Dans Quelques jours avec moi, nous avons étudié la scène où Daniel Auteuil reçoit Sandrine Bonnaire à dîner alors qu'elle pense être embauchée pour servir le repas.



4. Résultats

Scène du "Parking" de La femme d'à côté

Nous avons élaboré un fichier sur tableur-grapheur, après avoir visionné plusieurs fois la scène et complété notre tableau d'analyse présenté précédemment.

Dans la colonne A, figure l'écoulement du temps par paliers de 5 secondes.

Dans les colonnes B et C, les scores de Fanny Ardant et de Gérard Depardieu.

Dans les colonnes D et E, les scores cumulés des deux personnages, permettant d'obtenir les courbes.

Nous avons tapé les formules suivantes:

$A3 = 0$ $A4 = A3 + 5$ → pour la colonne de temps.

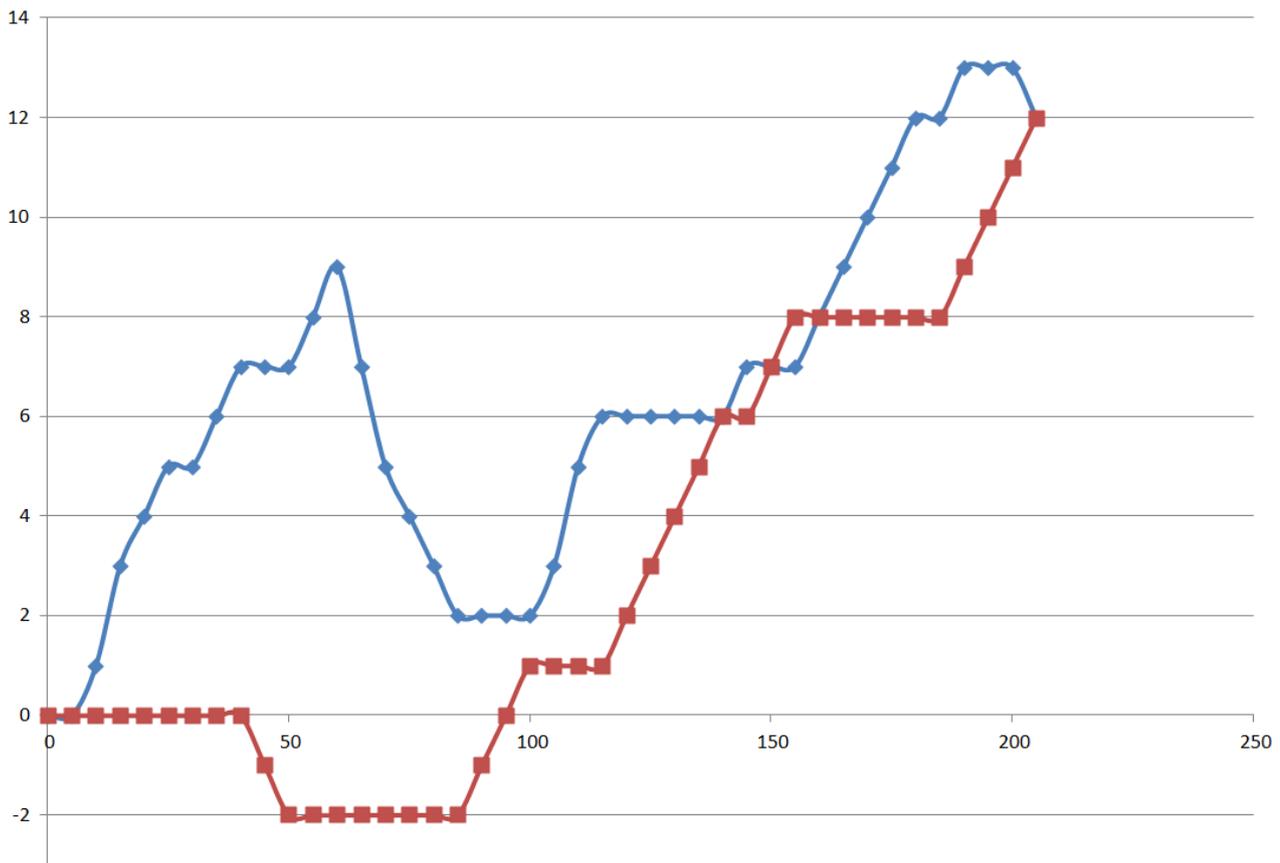
$D3 = B3$ $D4 = D3 + B4$ → pour cumuler le score de la femme.

$E3 = C3$ $E4 = E3 + C4$ → pour cumuler le score de l'homme.

Puis nous avons effectué une recopie automatique. Voici nos résultats.

1	Scène du parking				
2	Temps	Fanny Ardant	Gérard Depardieu	év Fanny Ardant	év Gérar Depardieu
3	0	0	0	0	0
4	5	0	0	0	0
5	10	1	0	1	0
6	15	2	0	3	0
7	20	1	0	4	0
8	25	1	0	5	0
9	30	0	0	5	0
10	35	1	0	6	0
11	40	1	0	7	0
12	45	0	-1	7	-1
13	50	0	-1	7	-2
14	55	1	0	8	-2
15	60	1	0	9	-2
16	65	-2	0	7	-2
17	70	-2	0	5	-2
18	75	-1	0	4	-2
19	80	-1	0	3	-2
20	85	-1	0	2	-2
21	90	0	1	2	-1
22	95	0	1	2	0
23	100	0	1	2	1
24	105	1	0	3	1
25	110	2	0	5	1
26	115	1	0	6	1
27	120	0	1	6	2
28	125	0	1	6	3
29	130	0	1	6	4
30	135	0	1	6	5
31	140	0	1	6	6
32	145	1	0	7	6
33	150	0	1	7	7
34	155	0	1	7	8
35	160	1	0	8	8
36	165	1	0	9	8
37	170	1	0	10	8
38	175	1	0	11	8
39	180	1	0	12	8
40	185	0	0	12	8
41	190	1	1	13	9
42	195	0	1	13	10
43	200	0	1	13	11
44	205	-1	1	12	12
45					

Voici les courbes correspondantes: en bleu celle de Fanny Ardant, en rouge celle de Gérard Depardieu.



Globalement, les courbes ont des tendances croissantes. Selon les principes d'étude du Dr Gottmann, nous faisons la conjecture qu'il s'agit d'un couple à faible risque de rupture.

Scène de "la maison de repos" de La femme d'à côté.

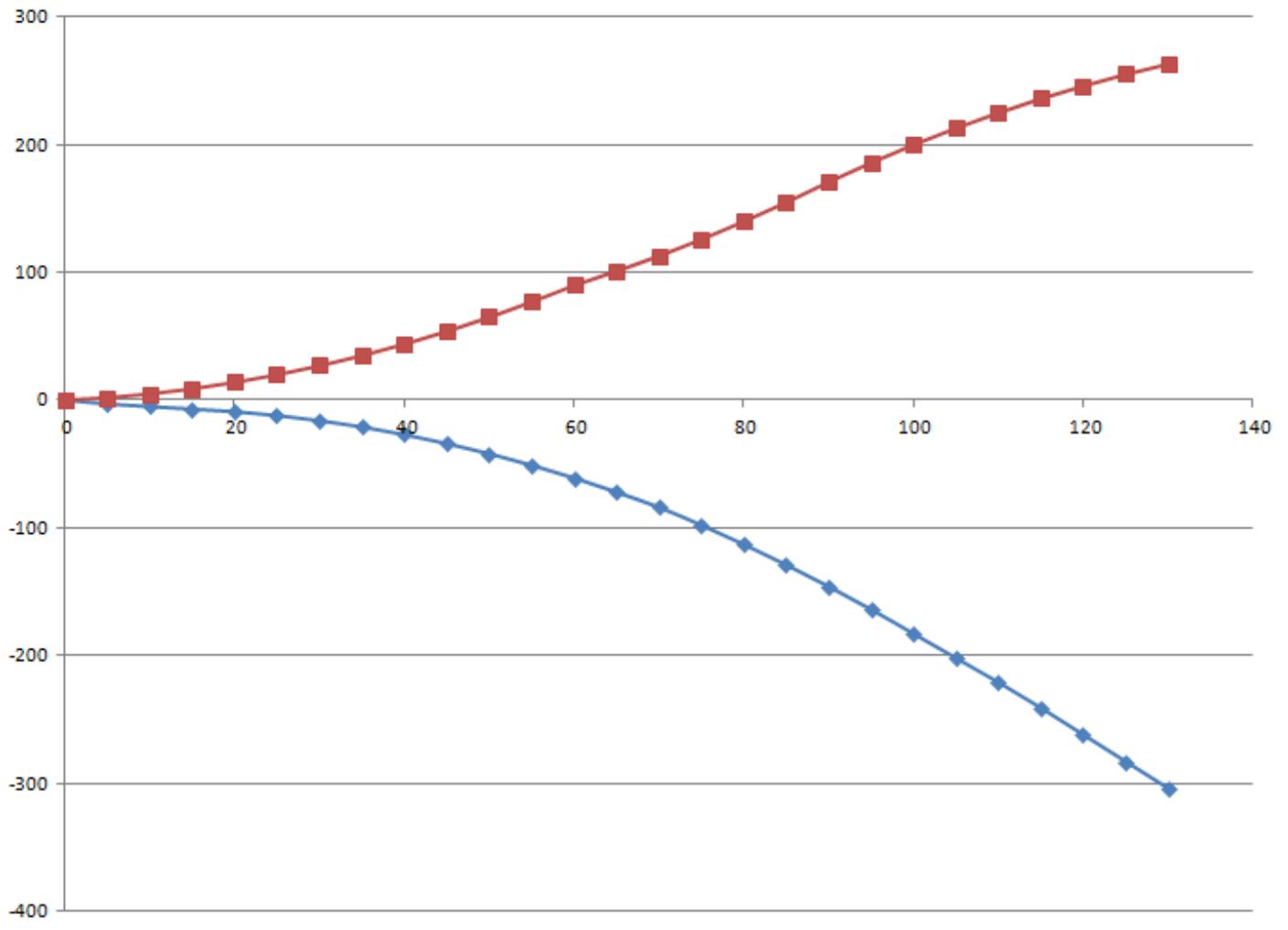
Cette scène n'est pas très longue (2min10s) mais nous nous en sommes contentés car nous avons trouvé peu de scène permettant une étude. Par ailleurs, cette scène intervient en presque fin de film.

Nous avons obtenu les résultats suivants.

Dans les colonnes B et C figurent les scores de Fanny Ardant et de Gérard Depardieu par tranches de 5 secondes. Dans les colonnes D et E, figurent leurs scores cumulés permettant de tracer les courbes de chacun.

	A	B	C	D	E
1	Scène de la maison de repos				
2	Temps	Fanny Ardant	Gérard Depardieu	Ev.Fanny Ardant	Ev Gérard Depardieu
3	0	0	0	0	0
4	5	-3	2	-3	2
5	10	-2	3	-5	5
6	15	-2	4	-7	9
7	20	-2	5	-9	14
8	25	-3	6	-12	20
9	30	-4	7	-16	27
10	35	-5	8	-21	35
11	40	-6	9	-27	44
12	45	-7	10	-34	54
13	50	-8	11	-42	65
14	55	-9	12	-51	77
15	60	-10	13	-61	90
16	65	-11	11	-72	101
17	70	-12	12	-84	113
18	75	-14	13	-98	126
19	80	-15	14	-113	140
20	85	-16	15	-129	155
21	90	-17	16	-146	171
22	95	-18	15	-164	186
23	100	-19	14	-183	200
24	105	-19	13	-202	213
25	110	-19	12	-221	225
26	115	-20	11	-241	236
27	120	-21	10	-262	246
28	125	-21	9	-283	255
29	130	-21	8	-304	263
30					

Nous obtenons le graphique suivant: en rouge la courbe associée à l'attitude de Gérard Depardieu, et en bleu la courbe associée à l'attitude de Fanny Ardant.



Puisqu'au moins une des courbes obtenues présente une tendance négative (celle de Fanny Ardant) nous faisons la conjecture qu'il s'agit là d'un couple à haut risque de rupture.

Ce résultat, contradictoire avec la conjecture précédente, nous a mis dans l'embarras car nous pensions détenir un test permettant d'établir une prévision fiable et définitive.

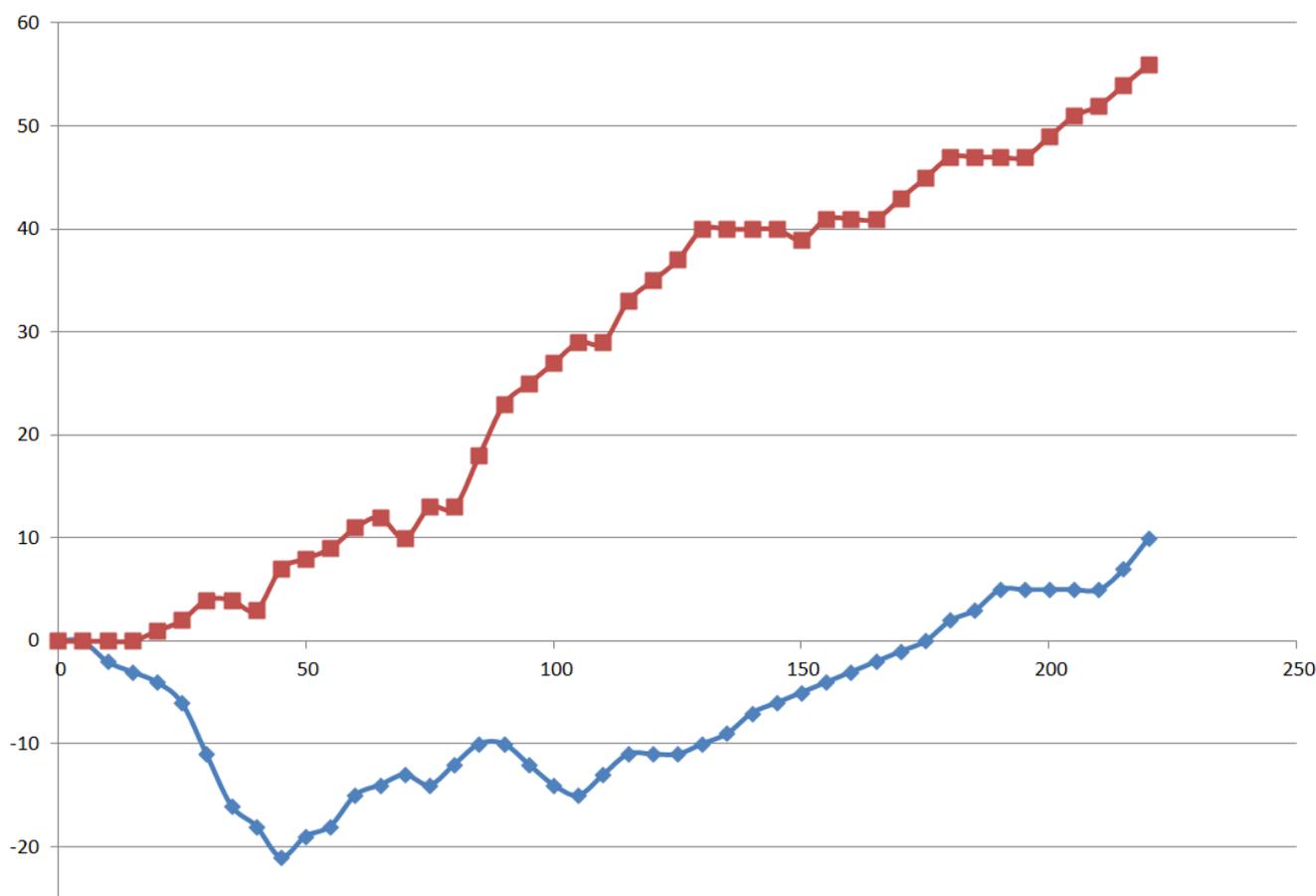
Quel intérêt de disposer d'un test de ce genre s'il n'était pas valable dans le temps ? Après tout, tout couple est capable de déterminer s'il va bien ou non à l'instant présent !

Scène de "l'invitation à dîner" de Quelques jours avec moi.

Nous obtenons les résultats suivants: de la même façon que précédemment, nous obtenons les scores de Sandrine Bonnaire et de Daniel Auteuil.

	A	B	C	D	E
1	L'invitation à diner				
2	Temps	Sandrine Bonnaire	Daniel Auteuil	Ev Sandrine Bonnaire	Ev. Daniel Auteuil
3	0			0	0
4	5	0		0	0
5	10	-2		-2	0
6	15	-1		-3	0
7	20	-1	1	-4	1
8	25	-2	1	-6	2
9	30	-5	2	-11	4
10	35	-5		-16	4
11	40	-2	-1	-18	3
12	45	-3	4	-21	7
13	50	2	1	-19	8
14	55	1	1	-18	9
15	60	3	2	-15	11
16	65	1	1	-14	12
17	70	1	-2	-13	10
18	75	-1	3	-14	13
19	80	2		-12	13
20	85	2	5	-10	18
21	90		5	-10	23
22	95	-2	2	-12	25
23	100	-2	2	-14	27
24	105	-1	2	-15	29
25	110	2		-13	29
26	115	2	4	-11	33
27	120		2	-11	35
28	125		2	-11	37
29	130	1	3	-10	40
30	135	1		-9	40
31	140	2		-7	40
32	145	1		-6	40
33	150	1	-1	-5	39
34	155	1	2	-4	41
35	160	1		-3	41
36	165	1		-2	41
37	170	1	2	-1	43
38	175	1	2	0	45
39	180	2	2	2	47
40	185	1		3	47
41	190	2		5	47
42	195			5	47
43	200		2	5	49
44	205		2	5	51
45	210		1	5	52
46	215	2	2	7	54
47	220	3	2	10	56

En bleu la courbe correspondant à Sandrine Bonnaire, en rose celle de Daniel Auteuil.



Nous faisons la conjecture que ce couple présente un risque faible de rupture.

Confrontation avec les scénarios

Dans La femme d'à côté, les deux scènes étudiées montrent un couple à l'avenir incertain. Une fois présentant peu de risques de rupture, une fois à risque important de rupture.

Le film s'achève ainsi: après une dernière étreinte, Fanny Ardant tue Gérard Depardieu puis se donne la mort.

Dans Quelques jours avec moi, Daniel Auteuil et Sandrine Bonnaire semblaient ne pas présenter de risques importants de rupture. Le scénario indique qu'ils vont se séparer, puis s'achève sur une scène où Sandrine Bonnaire vient retrouver Daniel Auteuil, alors en maison de repos.

Dans les deux cas, il est difficile d'affirmer que nos résultats prévoyaient de tels scénarios !⁽²⁾

5. Conclusions et remarques

José Manuel Rey est parti du principe que la relation amoureuse dépendait du bonheur du couple et de l'effort à produire pour être heureux. On peut se demander si ces deux grandeurs suffisent à une telle étude.

Le Dr Gottman part du principe que si au moins l'une des deux courbes obtenues à l'issue de son test a une tendance décroissante, alors le couple est en danger. Ce principe reste à prouver.

Les modèles tels que nous les avons compris n'ont donc pas été prouvés mathématiquement^[3], et leur application à la vie réelle n'a rien de convaincant.

Mais ce qui paraît intéressant, c'est de voir en quoi les grandeurs choisies jouent sur les modèles, comment elles influencent les choses.

A ce sujet, nous aurions aimé marquer des différences dans les scores attribués pour chaque type d'attitude ou de geste, afin de voir si cela changeait nos prévisions. Nous n'avons pas eu malheureusement le temps.

Enfin, il ne faut pas résumer le travail du Dr Gottman à ce simple test. Les couples qui le subissent sont suivis par des psychologues, pratiquent ce test régulièrement et suivent de vraies thérapies. Nous ne sommes pas compétents pour juger la qualité de ce travail.

Remerciements

Nous tenons à remercier Laurent Pujo Menjouet notre chercheur qui nous a beaucoup aidé et permis de réaliser ces recherches dans ce domaine étonnant. Il nous a permis de prendre confiance en nous et motivé pour présenter notre travail au cours du congrès par un exposé. Merci également à nos professeurs de mathématiques avec qui nous avons passé de bons moments.

Références

[1] The mathematics of marriage: dynamic non linear models

J. M. Gottman, James D. Murray, Catherine C. Swanson, Rebecca Tyson, Kristin R. Swanson.

[2] A Mathematical Model of Sentimental Dynamics Accounting for Marital Dissolution,

José Manuel Rey

[3] Site internet : www.francetv.fr/amour/

Notes d'édition

^[1] Le travail présenté ici est assez différent de ce qui se fait en général dans les ateliers MATH.en.JEANS. Il ne s'agit pas ici de résoudre un problème mathématique ; il s'agit de confronter des modèles mathématiques, élaborés par des mathématiciens en collaboration avec des sociologies, avec la réalité. Les élèves ont en fait, faute de données réelles, étudié les situations de relations amoureuses fictionnelles en examinant des scènes de film.

^[2] On peut peut-être penser que les situations décrites dans les fictions (ici cinématographiques) sont des situations exceptionnelles : si un statisticien nous dit que des scores donnés impliquent une issue « X » avec un grande probabilité, il ne dit pas qu'on peut être sûr que c'est bien cette issue « X » qui surviendra... Car il existe des cas « exceptionnels » qui ne suivent pas la « règle commune ». On connaît tous des personnes très âgées qui ont fumé toute leur vie, et beaucoup ! et qui pourtant n'ont pas eu de cancer du poumon... Et, a contrario, on connaît des personnes qui n'ont jamais fumé de leur vie, qui ont mené une vie « saine » ... et qui sont mortes à la suite d'un cancer du poumon.

^[3] Une scène de film, aussi bon soit il, est-elle dans la vie réelle » ? Probablement, non. Si le cinéma ne faisait que reproduire la « vie réelle » dans toute sa banalité, il n'y aurait pas beaucoup de spectateurs...