

# Le porteur d'eau

[ Année 2016-2017 ]

Elèves : DUBOCAGE Julie 5°, GARDERE Aurélie 4°, MOURRUT Romane 5°

Établissement: Collège Henry de Montherlant de **Neuilly-en-Thelle**

Enseignant: IDE Morgan

Chercheur: BONINO Marc de l'Université Paris 13

Notre sujet cette année consistait à apporter le maximum d'eau à un champ avec un âne âgé. Sachant que le champ est séparé d'une citerne (de contenance 150L) par 50m de distance et que l'âne ne peut porter que 50L à l'aide d'un bidon percé qui perd 1L par mètre. (1)

## 1ère remarque:

-En parcourant 50m on perd toute l'eau donc on ne peut pas apporter de l'eau en un voyage.

-De même, on ne va pas au champ dès le deuxième voyage sinon le troisième voyage ne sert à rien.

## Question une

Où doit-on mettre la réserve (sur le chemin) pour avoir le plus d'eau possible au champ ?

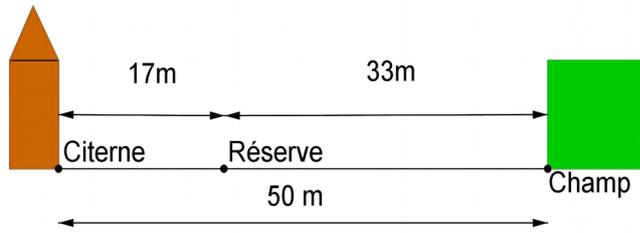
## Question deux

Et avec deux réserves ?

## 1) deux exemples de calcul de l'eau apportée au champ.

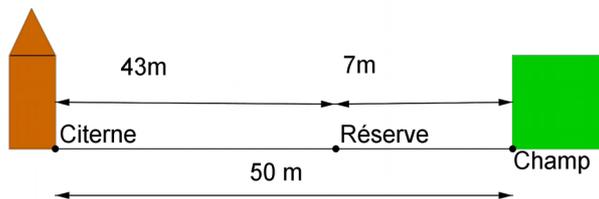
### **La réserve est à 17m de la citerne**

1. Je pars de la citerne et je dépose 33L dans la réserve
2. Je retourne à la citerne pour reprendre 50L, je vais à la réserve et je remets 33L dans la réserve. Il y a donc 66L dans la réserve
3. Je retourne à la citerne pour reprendre 50L, je vais à la réserve et je remets 33L dans la réserve. Il y a donc 99L dans la réserve.
4. Je pars de la réserve avec 50 L et je vais au champ. Je perds 33L, Il y a donc 17L dans le champ



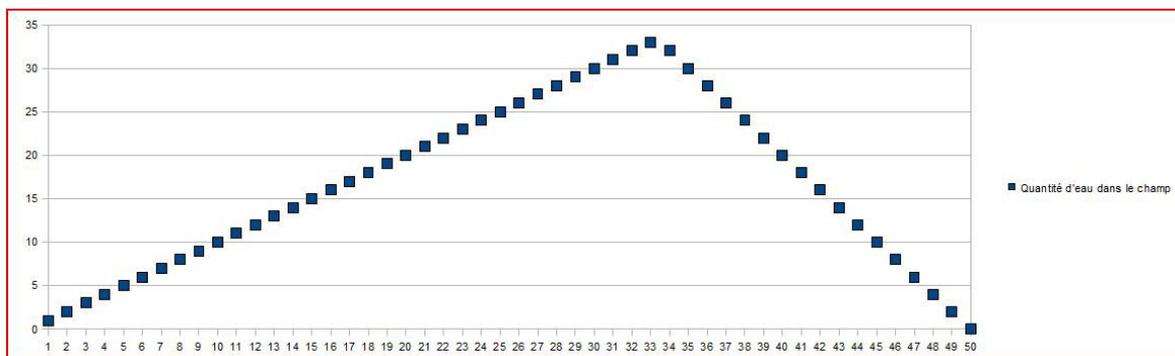
**La réserve est à 43m de la citerne.**

- 1) Je pars de la citerne et je dépose 7L dans la réserve
- 2) Je retourne à la citerne pour reprendre 50L, je vais à la réserve et je remets 7L dans la réserve. Il y a donc 14L dans la réserve.
- 3) Je retourne à la citerne pour reprendre 50L, je vais à la réserve et je remets 7L dans la réserve. Il y a donc 21L dans la réserve
- 4) Je pars de la réserve et je vais au champ. Je pers 7L et je dépose 14L dans le champ.



## II) un graphique regroupant nos résultats.

De cette même façon, nous avons effectué des calculs pour tous les nombres entiers de 1 à 50. Grâce à nos résultats, nous avons pu faire un graphique d'où nous avons pu tirer une conjecture.

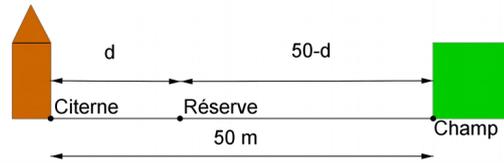


Conjecture: Il semblerait qu'à 33m, ce soit la distance optimale entre la réserve et le champ.

III) la démonstration de la conjecture.

Nous allons appeler  $d$  la distance entre la citerne et la réserve.

$d$  est compris entre 0 et 50.  
 $50-d$  correspond à la distance de la réserve au champ, mais correspond aussi à la quantité d'eau dans la réserve en deux voyages.  
 50L correspond aussi à la contenance du bidon transporté par l'âne.



On cherche la quantité d'eau apportée dans la réserve.

Il y aura  $3 \times (50-d)$  soit  $150-3d$  car en utilisant la distributivité:  $3 \times (50-d) = 3 \times 50 - 3 \times d = 150 - 3d$

Problème: Dans certains cas la quantité d'eau dans la réserve est trop importante pour être mise dans le bidon ( $\max=50L$ ). Voir exemple n°1

<p>Plus de 50L dans la réserve ( la réserve est proche de la citerne).</p>	<p>Moins de 50L dans la réserve (la réserve est loin de la citerne).</p>
<p>Si après les 3 voyages jusqu'à la réserve, il y a plus de 50L, on pourra n'en prendre que 50. Donc il reste à parcourir <math>50-d</math> donc la quantité d'eau dans le champs sera de <math>d</math>.</p> $50 - (50-d) = 50-50+d = d$ <p style="text-align: center;"> </p> <p>contenance du bidon      perte d'eau</p>	<p>Après 3 voyages jusqu'à la réserve, on aura <math>(50-d) \times 3</math> dans la réserve. 1 voyage de la réserve au champ c'est donc <math>(50-d)</math> de perdu. Il y aura donc <math>(50-d) \times 2</math> dans le champ</p>

Dans le premier cas, plus la distance est élevée plus il y aura d'eau dans le champ. Dans le deuxième cas, moins la distance est élevée moins il y aura d'eau dans le champ.

Problème: On cherche à savoir quand les deux formules se croisent (donc quand les quantités d'eau transportées sont égales) pour trouver le maximum d'eau apporté au champ.

Nous allons résoudre une équation.

$$d = (50-d) \times 2 \quad \text{d'eau}$$

$$d = 2 \times 50 - 2d$$

$$d = 100 - 2d$$

$$d + 2d = 100 - 2d + 2d$$

$$3d = 100$$

$$d = 100/3$$

Conclusion : Pour apporter le maximum d'eau au champ, il faut placer la réserve à  $100/3$ m soit environ 33m de la citerne donc la conjecture est confirmée. (2)



### Notes d'édition

(1) On dispose d'une réserve qu'on peut placer où l'on veut sur le chemin

(2) La preuve ne considère que des trajets dans lequel on remplit le bidon au maximum, et montre que la position optimale de la réserve est au tiers de la distance. Elle ne démontre pas qu'on ne peut pas faire mieux en ne remplissant pas le bidon au maximum.