

Mouvements de foule

Juliette Venel - Lagouge

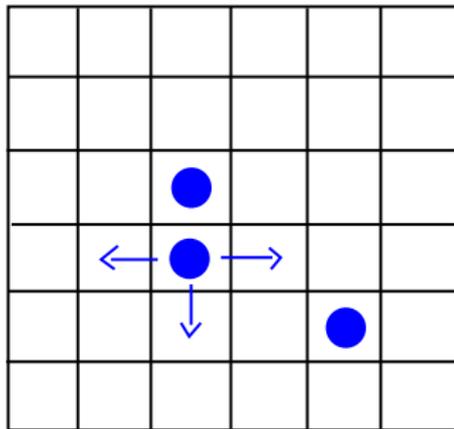
Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis

Congrès MATH en JEANS
Valenciennes, le 9 Avril 2015

Introduction

- Situations d'évacuation d'urgence
- Densité élevée, nombreux contacts
- Fortes pressions exercées entre les individus

Modèle existant très utilisé



Automates cellulaires

Personnes = pions se déplaçant de case en case.

Mouvement possible que si la case est vide.

Pas de contact réel entre les individus.

Déplacement souhaité très contraint $\uparrow \downarrow \leftarrow \rightarrow$

Objectifs

- Déplacement souhaité moins contraint
- Gestion directe des contacts
- Déterminer les zones de fortes pressions

Plan

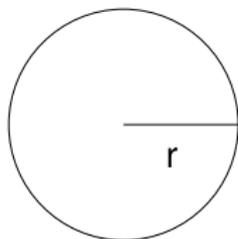
- 1 Présentation du modèle
- 2 Vitesse souhaitée
- 3 Contraintes sur la vitesse réelle
- 4 Notion de projection
- 5 Résultats numériques

Plan

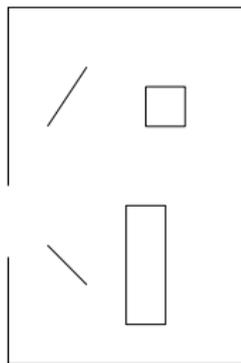
- 1 Présentation du modèle
- 2 Vitesse souhaitée
- 3 Contraintes sur la vitesse réelle
- 4 Notion de projection
- 5 Résultats numériques

Les acteurs et le décor

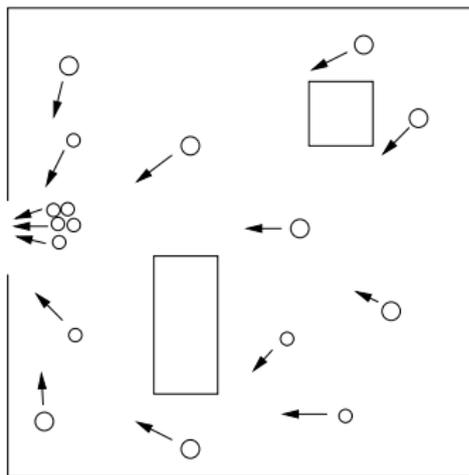
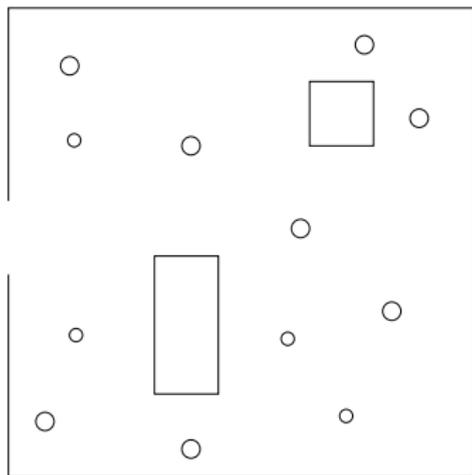
Les **personnes** seront représentées par des **disques**.



Les **obstacles** seront représentés par des ensembles de **segments**.



Deux principes



Vitesse souhaitée

Vitesse réelle

Vitesse souhaitée

Chaque personne a une vitesse souhaitée, vitesse qu'elle aurait en l'absence des autres.



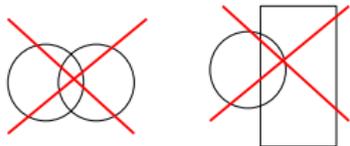
La vitesse v_i est un **vecteur**,
qui renferme trois informations importantes
(direction, sens, longueur).

Vitesse réelle

Cependant, les personnes finissent par se gêner mutuellement surtout au niveau des sorties.

Leur vitesse réelle est donc différente de leur vitesse souhaitée.

Elle doit prendre en compte des contraintes d'encombrement maximal.



Plan

- 1 Présentation du modèle
- 2 Vitesse souhaitée**
- 3 Contraintes sur la vitesse réelle
- 4 Notion de projection
- 5 Résultats numériques

Vitesse souhaitée

Description du comportement piétonnier

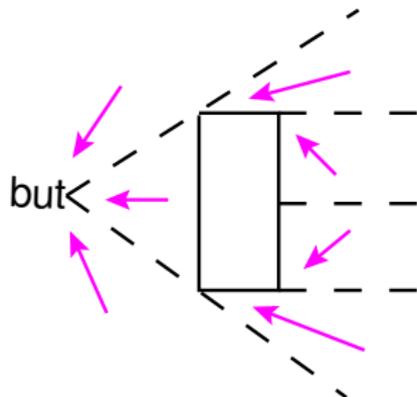
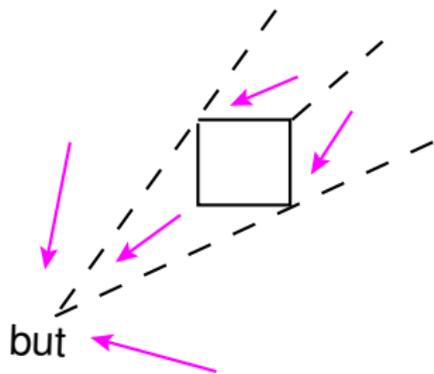
Prise en compte de la géométrie des lieux

- v_i construit à la main pour donner des directions privilégiées
- v_i correspondant au plus court chemin vers la sortie

Prise en compte de la présence d'autres personnes

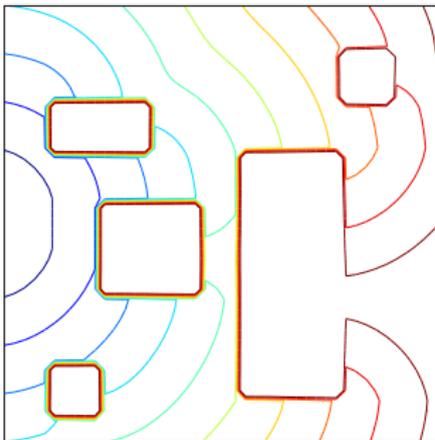
- ajout de stratégies

Construction à la main



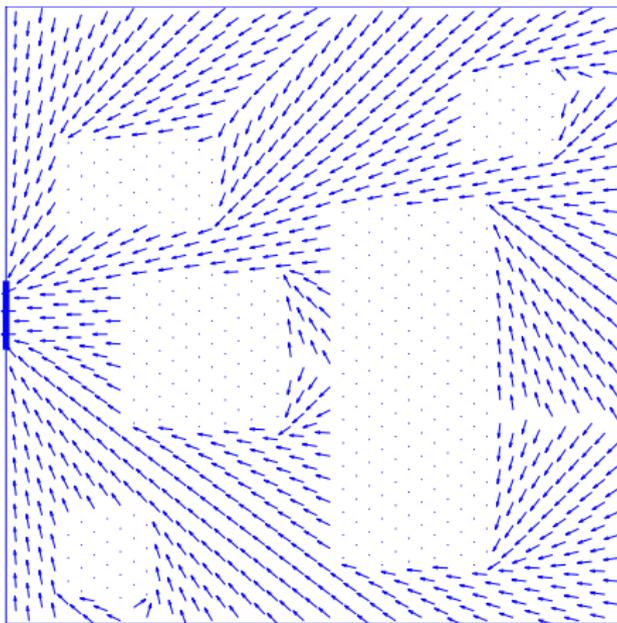
Plus court chemin vers la sortie

Pour tout point x , on note $\mathcal{D}(x)$ la longueur du plus court chemin entre x et la sortie, qui évite les obstacles.



Lignes de niveau de la distance géodésique \mathcal{D} .

Vitesse souhaitée associée au plus court chemin



Opposé du gradient de la distance géodésique \mathcal{D} .

Comment définir la vitesse réelle ?

La vitesse réelle des individus est différente de leur vitesse souhaitée.

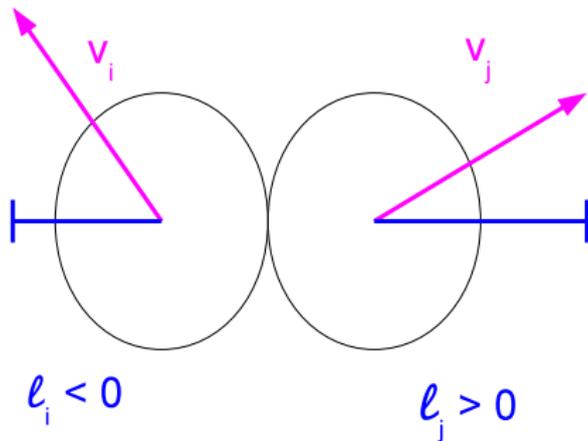
Elle doit vérifier les contraintes signalées au début :

On ne se piétine pas et on n'escalade pas les obstacles dans la pièce !

Plan

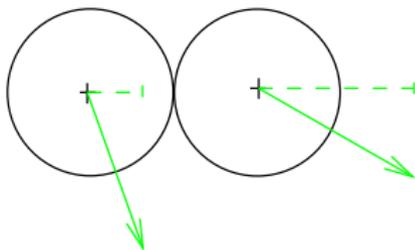
- 1 Présentation du modèle
- 2 Vitesse souhaitée
- 3 Contraintes sur la vitesse réelle**
- 4 Notion de projection
- 5 Résultats numériques

Traduction de la contrainte de non-chevauchement

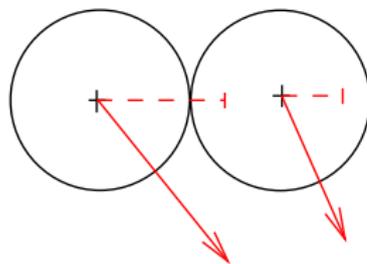


Contrainte : $l_j - l_i \geq 0$

Exemples



$$l_j - l_i \geq 0$$



$$l_j - l_i < 0$$

Notion de Vitesse admissible

Soit une configuration d'individus donnée (positions de tous les individus).

On notera la vitesse globale $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_{N-1}, v_N)$ qui contient les vitesses de toutes les personnes.

On dira que la vitesse globale est **admissible** si elle vérifie les contraintes précédentes :

$\ell_j - \ell_i \geq 0$ dès que les personnes i et j sont en contact.

Lien entre vitesse réelle et vitesse souhaitée

On veut que la vitesse réelle globale soit **admissible**.

Mais connaissant la vitesse souhaitée globale, comment va-t-on déterminer la vitesse réelle globale ?

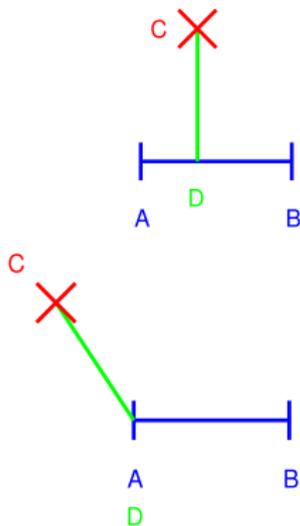
Naturellement, on aimerait que la vitesse réelle globale soit la vitesse admissible la plus **proche** de la vitesse souhaitée globale...

Plan

- 1 Présentation du modèle
- 2 Vitesse souhaitée
- 3 Contraintes sur la vitesse réelle
- 4 Notion de projection**
- 5 Résultats numériques

Distance minimale

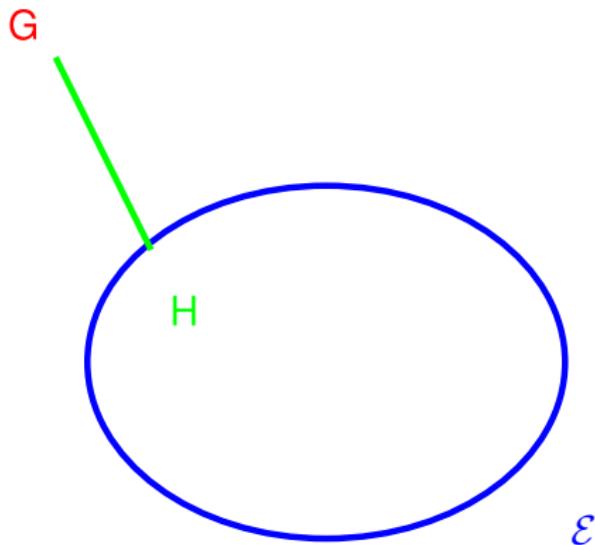
On considère un point C et un segment $[AB]$. On se trouve en C . Quel chemin doit-on prendre pour atteindre $[AB]$ le plus rapidement possible ?



Définition

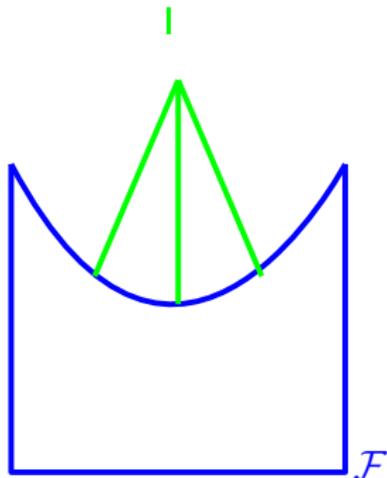
Le point D réalise le minimum de la distance de C au segment $[AB]$. Le point D est appelé la **projection** du point C sur le segment $[AB]$.

Autre exemple



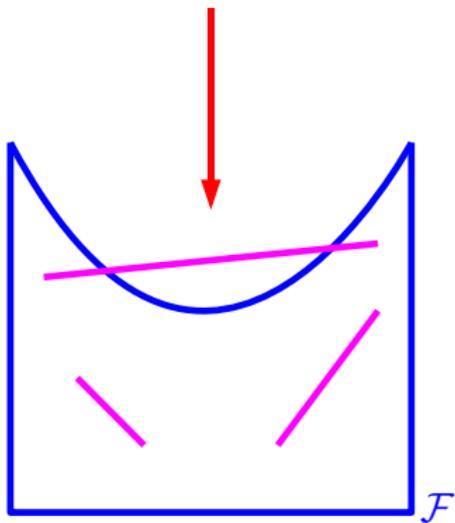
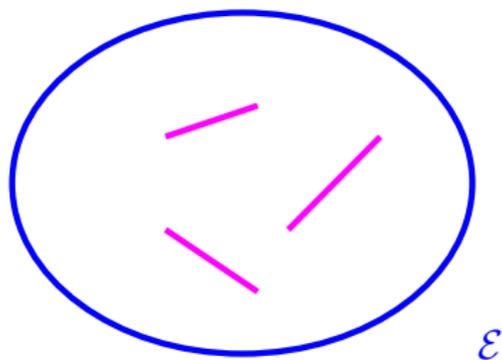
H est la projection de G sur \mathcal{E} .

Attention...



On ne peut pas définir ici la projection de l sur \mathcal{F} .

Notion de convexité



Définition

Un ensemble \mathcal{C} est dit **convexe** si pour tous points A, B de \mathcal{C} , le segment $[AB]$ est inclus dans \mathcal{C} .

Théorème

Soit \mathcal{C} un ensemble **convexe fermé** de \mathbb{R}^2 , pour tout point $M \in \mathbb{R}^2$, il existe un unique point P qui réalise le minimum de la distance du point M à l'ensemble \mathcal{C} . Ce point est la projection de M sur \mathcal{C} , que l'on note $P = P_{\mathcal{C}}(M)$.

Théorème

Soit \mathcal{C} un ensemble **convexe fermé** de \mathbb{R}^d , pour tout point $M \in \mathbb{R}^d$, il existe un unique point P qui réalise le minimum de la distance du point M à l'ensemble \mathcal{C} . Ce point est la projection de M sur \mathcal{C} , que l'on note $P = P_{\mathcal{C}}(M)$.

Modèle

Proposition

L'ensemble \mathcal{A} des vitesses **admissibles** globales est convexe fermé.

On rappelle que \mathbf{v} est la vitesse **souhaitée** globale des N personnes.

En notant \mathbf{u} la vitesse **réelle** globale des N personnes, le modèle s'écrit

$$\mathbf{u} = P_{\mathcal{A}}\mathbf{v}.$$

Plan

- 1 Présentation du modèle
- 2 Vitesse souhaitée
- 3 Contraintes sur la vitesse réelle
- 4 Notion de projection
- 5 Résultats numériques**

Résultats numériques

- Formation d'arches
- Ajout de stratégies individuelles
- Évacuation d'un bâtiment