

## De la recherche à la formation :

### MATh.en.JEANS, chercher, comprendre, aimer les mathématiques

Contribution rédigée par Pierre Duchet,

suite à l'intervention de Pierre Audin et Pierre Duchet  
à l'Université d'Été "RECHERCHE ET FORMATION"  
(IREM de Bourgogne, Dijon, Juillet 1996).

Faire de la recherche mathématique en milieu scolaire, voilà pour les jeunes le moyen de découvrir les mathématiques autrement, de l'intérieur. L'objectif majeur de "MATh.en.JEANS" est de faire découvrir aux écoliers, collégiens, lycéens et étudiants le vrai visage des mathématiques contemporaines dans ses dimensions scientifique et culturelle, en partant de l'idée suivante :

**Idée fondatrice.** Une activité mathématique qui restituerait les dimensions principales du travail du mathématicien (liberté, échange, documentation, découverte, recherche, invention, responsabilité, publication) procurerait à ses auteurs une joie semblable à celle qui anime les mathématiciens dans leur métier.

Des mathématiques décontractées, pour le plaisir : MATh.en.JEANS, c'est un slogan. C'est aussi, acronyme aidant, une ...

**M** éthode  
d' **A** pprentissage  
des **Th** éories mathématiques  
**en**  
**J** umelant  
des **E** tablissements  
pour une **A** pproche  
**N** ouvelle  
du **S** avoir

L'objet du présent article est d'éclairer ce couple Plaisir/Méthode, non pour insister sur les raisons, bien réelles, du caractère conflictuel de la juxtaposition mais pour offrir aux formateurs des outils de réflexion et des moyens de réalisation permettant de dépasser et de résoudre la contradiction.

Que le lecteur ne s'inquiète pas trop de l'ampleur et de la complexité du rôle qui lui est proposé : si la description qui en est faite est précise et essentiellement théorique, c'est pour que la cohérence et la pertinence de principes simples apparaissent plus clairement. La conduite concrète des actions sur le terrain est toujours une simplification de la théorie, qu'elle continue à interroger et à enrichir, comme en témoignent les nombreuses expériences réalisées à ce jour. D'ailleurs, quotidiennement, chaque enseignant n'assume-t-il pas sa charge, que Freud qualifiait, avec quelque raison, de «métier impossible» ?

## **1. Innovation ?**

Innovation pédagogique, lancée en 1989-90 dans le prolongement d'une initiative ministérielle "1000 classes - 1000 chercheurs" (associant, dès 1985, le CNRS et l'Éducation Nationale), MATH.en.JEANS est devenue rapidement une référence dans le domaine de la popularisation des Mathématiques alors même que, et cela peut paraître paradoxal, l'aspect méthodologique de sa démarche reste largement méconnu.

Nous retrouvons là notre couple apparemment contradictoire Plaisir/Méthode. L'opposition des termes peut aisément s'expliquer : l'image des mathématiques, dans la jeunesse, dans les médias, dans le grand public, y compris auprès de très nombreuses personnalités, est manifestement déplorable. Il n'est malheureusement pas exagéré de parler d'une faillite du système d'enseignement scientifique français au regard de ses ambitions proclamées.

Dans ce contexte, tout projet conciliant mathématiques et plaisir et prouvant, dans sa pratique concrète, qu'une activité mathématique de qualité est possible avec des jeunes "comme tout le monde", bénéficie d'un préjugé favorable.

Mais, dans le même temps, les dimensions transformatrices que comporte et appelle, nécessairement, toute démarche innovante s'inscrivent en décalage des pratiques habituelles et, par là même, deviennent coûteuses à mettre en oeuvre, à assimiler et à exploiter.

Nous pensons d'une part que le coût effectif des attitudes étroitement conservatrices est largement sous-estimé (ce n'est pas ici notre propos) et d'autre part que le jeu de l'innovation éducative que nous proposons vaut largement la chandelle de l'investissement consenti : à vous d'en juger.

### **Ingrédients-type d'une activité MATH.en.JEANS.**

Un mathématicien, deux établissements ; dans chacun, un enseignant et une vingtaine d'élèves choisissant cette activité ; un bouquet de sujets à la fois attractifs et sérieux ; un calendrier prévoyant, sur l'année, un atelier hebdomadaire (travail collectif en petit groupes de 1h30 à 2h) , 4 "séminaires" réunissant tous les participants, et une présentation "officielle" des résultats (communication en congrès + article).

Nous développons ci-dessous quelques points qui distinguent MATH.en.JEANS d'autres innovations éducatives en mathématiques.

### **Des mathématiques actuelles où interviennent des mathématiciens en chair et en os.**

Les sujets MATH.en.JEANS sont de véritables sujets de recherche, c'est-à-dire des sujets qui intéressent les mathématiciens vivants : en cela même, ils intéressent l'homme qui attend de la recherche scientifique des outils de compréhension et d'action sur le monde. Ils intéressent aussi le citoyen dans la mesure où il attend de la recherche des résultats tangibles pouvant améliorer la vie

de la société, c'est-à-dire :

- Comment concevoir avec le moins de matière possible un "cube fantôme" (= un objet projetant, quelque soit la direction de l'éclairage, la même ombre qu'un cube) ?
- Paris et New York sont-ils les coins d'un carré ?
- Quelles figures peut-on carreler avec des dominos ?
- Tous les infinis sont-ils équivalents ? Y a-t-il autant de points dans  $]0,1[$  que dans  $[0,1]$  ?
- Peut-on faire des cartes géographiques justes ?...
- Combien de pointes peut-on obtenir en coupant un cube de bois une centaine de fois ?
- Comment empiler le mieux possible des oranges ?
- Existe-t-il un cylindre de bois qui flotte aussi bien "debout" (avec un axe vertical, à la manière d'un jeton ou d'une rondelle) que "couché" (avec un axe horizontal, à la manière d'un tronc d'arbre) ?

Le mathématicien (universitaire, ingénieur, chercheur, ...), intervient dans la conception et la présentation des sujets, puis dans l'orientation, le conseil et la [critique](#)<sup>1</sup> de l'activité des élèves, à des moments clés de leur [activité](#)<sup>2</sup>. En outre, l'enthousiasme qu'il manifesterait pour l'objet de sa propre recherche, son goût pour l'inconnu, son habitude du questionnement, seront des éléments de nature à motiver les jeunes et à susciter chez eux le désir d'une pratique différente des mathématiques.

### **La recherche : une attitude nouvelle face au "non savoir"**

Dans quelle mesure peut-on dire qu'un jeune étudiant un sujet de mathématique effectue une recherche, au sens que l'on donne à ce mot quand on dit d'un mathématicien qu'il effectue des recherches sur un problème laissé jusque là ouvert par la communauté scientifique ? Divers dispositifs d'apprentissage, expérimentés dans certains pays dès 1960, et en France depuis les années 80, donnent à la recherche un rôle important : "Problem Solving", "Rallyes et Olympiades", "problème-ouvert et situation-problème", "situations adidactiques", "dialectique outil-objet", "problèmes longs", "débat scientifique"... Ces expériences intègrent en leur sein une similarité essentielle entre le travail de l'élève novice et le travail du mathématicien professionnel : dans l'atelier de recherche, il doit s'établir une relation directe (c'est-à-dire non médiée par un maître) entre la personne qui cherche et l'objet qu'elle étudie.

Cette relation sur laquelle l'étudiant doit avoir lui-même le contrôle (au maître d'y veiller !) est analogue à celle que le mathématicien entretient avec les objets de sa recherche.

Tout en retenant cette similarité comme forme essentielle du travail des élèves, MATH.en.JEANS va donner à la recherche une position résolument prépondérante en mettant en oeuvre dans l'activité mathématique une autre caractéristique essentielle de la recherche professionnelle : son positionnement original par rapport au Savoir, ou plutôt, comme nous allons le voir, au Non-savoir.

Reprenant une formulation de [N. Barbichon](#)<sup>3</sup>, nous proposons de distinguer entre « chercher dans le savoir établi » et « chercher dans le champ de l'ignorance ».

- Chercher dans le savoir établi, c'est être sûr, ou en tout cas convaincu, que ce qu'on cherche existe ; une telle posture est dominante lors d'exercices, de travaux pratiques ou de travaux dirigés en classe, et dans les acceptions les plus courantes de l'expression "résolution de problème" (où, le plus fréquemment, la solution est connue du maître).
- Chercher dans le champ de l'ignorance est, à l'opposé, le trait dominant de la recherche scientifique ; il est aussi le fait d'un étudiant ayant par rapport à une situation problématique une activité sans a priori : ni sur les outils utiles à son étude, ni sur les gestes à accomplir, ni sur les réponses possibles, ni sur la vérité de ses assertions.

La constitution d'un rapport positif au non-savoir sera l'objectif premier des ateliers

MATH.en.JEANS. Des atouts précieux pour cela seront la confiance de l'enseignant en les potentialités des élèves ainsi que l'attachement qu'il aura à faire découvrir les mathématiques autrement, tout en mettant en valeur l'intérêt du savoir et sa passion pour l'apprentissage.

## **Une démarche expérimentale réalisée par les élèves eux-mêmes. L'enseignant devient "assistant".**

En mettant les jeunes aux prises avec de véritables problématiques de recherche, MATH.en.JEANS inverse la tendance courante de la classe de mathématiques et assigne à l'enseignant un rôle différent dans l'atelier de recherche.

Pour se lancer dans l'étude, il n'est plus nécessaire de posséder tous les outils et la démarche de résolution n'est plus détenue par le maître (ni d'ailleurs par le chercheur). Certitudes et réponses cèdent la place au doute et au questionnement, avant de revenir au premier plan comme produit d'une véritable démarche expérimentale.

Loin d'être réservée à une élite, l'activité s'adresse à tous. Les "prérequis" sont extrêmement [faibles](#)<sup>4</sup>. C'est par le questionnement que se forgent les premières représentations des problèmes ; c'est par l'exploration et l'expérimentation que, progressivement, se transforment ces représentations ; c'est au travers des formulations et de la confrontation avec autrui que se révèlent et s'affirment les possibilités créatrices et que se structurent de nouvelles connaissances. Au vécu de l'expérience, chacun gagne peu à peu la confiance en ses propres capacités.

L'enseignant devient, selon l'expression de Y. Chevallard, « [une aide à l'étude](#) »<sup>5</sup>. Enclenchant le processus par une neutralité attentive et bienveillante, il invite au questionnement, à la réflexion, à l'expérimentation et à l'argumentation, n'offrant ses compétences qu'à la demande, rendant les élèves conscients et responsables de leur choix. Exigeant de chaque résultat qu'il soit compréhensible par les autres, il en proposera des reformulations claires. Ce n'est qu'à partir d'un certain seuil de résultats accumulés qu'il aidera à donner une forme et un statut mathématique aux [propositions émises](#)<sup>6</sup>. Le « débat scientifique », au sens de [Marc Legrand](#)<sup>7</sup>, sera pour cela un outil particulièrement commode.

## **La discussion entre pairs**

Observons en premier lieu que, pour que se constitue une relation intéressante et durable entre les personnes qui étudient et les objets de leur étude, pour que cette relation devienne véritablement motrice dans l'activité, il est nécessaire que soient donnés aux élèves des moyens de contrôle de leur travail (et aussi, nous y reviendrons plus loin, des moyens de validation).

D'autre part, toute activité scientifique authentique suppose des formulations clairement formulées (et donc pouvant être contestées, comme le soulignait K. Popper), ainsi qu'une confrontation des idées et des résultats. Pour que la confrontation ne tourne pas au diktat de "ceux qui savent", le jugement des "pairs" (les élèves du même groupe, les élèves d'autres groupes ayant étudié le même sujet) doit se substituer à celui des "pères" (les enseignants, le chercheur ...).

Le dispositif MATH.en.JEANS de référence donne à la discussion entre pairs le rôle principal dans le contrôle de l'activité, dans l'élaboration et la vérification des résultats, en organisant un travail régulier en groupes stables et en adoptant un principe systématique de parallélisme de recherches sur un même thème, avec planning de rencontres (ce qui, en pratique, se réalise sous la forme d'un jumelage de deux établissements, de deux classes, de deux équipes distantes, etc.).

## Validation

Dès lors que les discussions entre élèves deviennent la règle, comment faire pour que l'activité des élèves soit vraiment mathématique et qu'elle débouche sur une production qui "en vaille la peine" ?

Le rôle des enseignants, principaux animateurs de l'activité de recherche, est de favoriser l'émergence d'un discours mathématique dans les discussions, en particulier en montrant en quoi la communication et la compréhension y gagnent. Ainsi **l'enseignant**

- veillera tout d'abord à l'intelligibilité des projets et des propositions (pour les élèves mais aussi pour lui-même !) en aidant concrètement à la formulation des idées des élèves.
- attribuera ensuite un statut mathématique aux propositions des élèves, en justifiant son point de vue.
- critiquera au besoin la cohérence logique des résultats proposés, en dégageant au passage les règles de l'argumentation et de la preuve mathématiques.

De manière complémentaire, c'est **le chercheur** qui contrôlera la mathématisation des sujets étudiés et la mathématicité des [activités menées](#)<sup>8</sup> :

- il favorisera l'émergence de pistes intéressantes,
- il apportera des documents, des concepts ou des informations utiles,
- il évaluera la pertinence des directions où s'engagent les recherches,
- il aidera à la stabilisation des résultats et des argumentations,
- il initiera progressivement aux exigences de la démarche scientifique et aux méthodes de la recherche.

## Le congrès et les publications

C'est une confrontation publique, une sorte de "soutenance" devant une communauté élargie, incluant d'autres élèves, d'autres enseignants, d'autres chercheurs et personnalités du monde mathématique, qui garantira le bien fondé mathématique des résultats obtenus, en évaluant leur pertinence et leur cohérence, et qui appréciera l'intérêt des perspectives ouvertes.

Enfin, comme le montrent abondamment les recherches en Sciences Cognitives et en Sciences de l'Éducation, la reconnaissance par les élèves des apprentissages réalisés et la mobilisation ultérieure des connaissances nouvelles ne peuvent devenir effectives qu'à condition que les élèves comprennent qu'ils savent et repèrent ce qu'ils savent.

Cela exige

- une structuration des connaissances nouvelles et leur articulation avec les connaissances antérieures (« voilà ce que j'ai compris et comment je l'ai compris »).
- la mise en perspective des nouvelles connaissances avec les exigences sociales et institutionnelles. Il s'agit ici non seulement de la légitimité des savoirs (« je peux produire du vrai »), mais aussi de conformité des savoirs aux normes en vigueur à l'École ou dans une communauté scientifique élargie ... (« voilà ce que je sais »)

Ces organisations, réorganisations et synthèses, qui supposent l'usage d'un langage adapté et l'intervention de l'enseignant, font l'objet de la phase de conclusion des ateliers MATH.en.JEANS, aboutissant à une oeuvre mathématique à caractère public : [article](#)<sup>9</sup>, exposition, posters ...

## La quête du sens, seul véritable guide de l'activité mathématique

En introduction de son article « [Un, deux, trois, ... l'infini !](#) »<sup>10</sup>, André Warusfel écrivait :

« A l'école primaire, au collège puis au lycée, l'élève est baigné de mathématiques en apparence finies, c'est-à-dire exprimables dans le cadre d'une théorie qui ne comporterait, à première vue, que des nombres et des combinaisons de nombres de taille raisonnable, ainsi que des figures géométriques nécessairement bornées. Pourtant, dès ces premières expériences, *le concept d'infini*<sup>11</sup> baigne ces objets si familiers ; *il va de soi* que les enseignants se gardent bien, et à juste titre, d'attirer l'attention sur cette présence. »

**Au contraire**, nous pensons que rien ne va "de soi" dans ce domaine : c'est en se frottant résolument, et très tôt, à de vraies problématiques, à des concepts vraiment [importants](#)<sup>12</sup> que le jeune peut donner du sens aux mathématiques qu'il goûte. C'est en trouvant du plaisir à le faire qu'il peut se prendre à aimer les mathématiques et accepter de faire les efforts nécessaires à leur compréhension et à leur pratique. L'infini est un excellent exemple de [problématique intéressante](#)<sup>13</sup>, mais on pourrait citer aussi : la régularité, le hasard, les corrélations et les dépendances, l'espace et le mouvement, la réalité et le modèle, l'arbitraire et le nécessaire, la conviction et la preuve...

## 2. Le dispositif "jumelage MATH.en.JEANS"

C'est, historiquement parlant, le dispositif de référence. Il met en oeuvre des conditions suffisantes de fonctionnement de l'innovation suivant les lignes directrices décrites précédemment.

Un jumelage "MATH.en.JEANS" concerne deux établissements scolaires, au moins dix élèves et un professeur par établissement, et (au moins) un chercheur ou universitaire. Une action dure de six à neuf mois et comporte...

- une activité hebdomadaire régulière (<sup>3</sup>1h30) de tous les élèves qui le souhaitent (pas d'élitisme), de classes et de niveaux différents (déstabilisation des représentations cognitives, dédramatisation de l'enjeu, créativité), qui travaillent en groupe (rôle du langage, stimulation, efficacité), sur de véritables sujets de recherche (problématiques larges et actuelles, outils conceptuels et connaissances à découvrir, voire à créer), en disposant d'outils de travail et de documentation adaptés (dépersonnalisation de la situation d'apprentissage, ouverture aux moyens modernes de calcul et de communication)
- une activité simultanée dans les deux établissements (jumelage) sur les mêmes sujets (diversité des approches, débat, émulation) initialisée en présence du chercheur (motivation) initialisée en présence du chercheur (motivation, validation) et rythmée par la tenue de quatre séminaires mettant en présence chercheur, profs et élèves des deux établissements (statut des énoncés, recentrage scientifique, communication, structuration des connaissances, confrontation, publication/rôle de l'écrit).

Chercheurs, professeurs et élèves des diverses actions de l'Association "MATH.en.JEANS" (AMeJ) organisent, entre le 3ème et le 4ème séminaires un Congrès de synthèse où se rencontrent jeunes et mathématiciens (validations, ouverture, travail sur la communication, médiatisation).

Les professeurs assurent l'encadrement pédagogique, la promotion de "MATH.en.JEANS" dans leurs établissements (particulièrement en direction des filles et des sections non scientifiques), l'accès à la documentation, ils assurent la corrélation avec les mathématiques scolaires, gèrent le nouveau contrat pédagogique et facilitent l'expression écrite (dont le rôle de trace est capital).

## Le déroulement

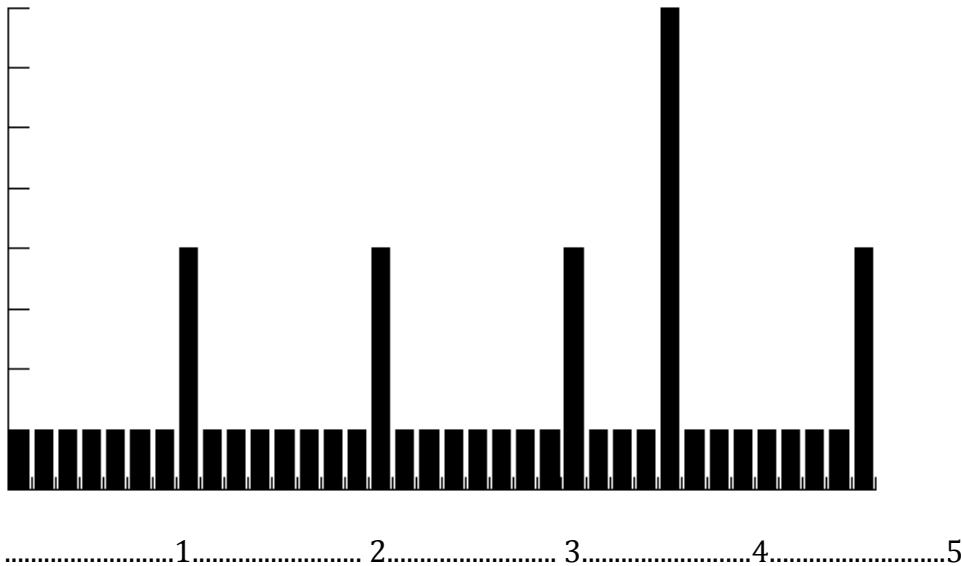


Diagramme des durées d'ateliers (1 unité = 1h 30) en fonction de l'avancement dans le projet (1 unité = 1 semaine). Les pics correspondent aux séminaires et au congrès.

**Période 1** : phase exploratoire : compréhension du sujet "source", premières idées et accès aux documents.

Séminaire 1 : (re)définition des projets en fonction de leur pertinence : identification d'un sujet "cible", de pistes pour la recherche et de conjectures. Aide conceptuelle.

**Période 2** : phase expérimentale : approfondissement des idées et des pistes.

Séminaire 2 : discussion des résultats. Recentrage scientifique et orientation de la recherche. Organisation du travail.

**Période 3** : phase constructive : consolidation et structuration du travail (conjectures, argumentations, théorèmes).

Séminaire 3 : discussion et tri des résultats, mises au point pour la formulation publique et la communication orale.

**Période 4** : préparation des communications pour le congrès, preuves.

Congrès : communication publique et discussion critique des résultats essentiels.

**Période 5** : Phase de conclusion : validation des connaissances, synthèse écrite et communication (exposition, articles, conférences).

Séminaire 4 : examen des articles, bilan du projet et prolongements envisagés.

## Démarrage dès la rentrée scolaire ...

... Afin que les élèves prennent cette activité en compte comme sérieuse, et trouvent dès le début un rythme de travail intégrant le travail et scolaire et le travail de recherche dans leur planning personnel. Pour que ce démarrage ait lieu dès la rentrée, il faut qu'il soit préparé dès que possible : quels établissements, quels enseignants, quel chercheur, quels sujets, quelles dates de séminaires, quels dossiers à déposer, quelles autorisations à demander, quels aménagements internes à l'établissement, etc., etc., etc. ?

## Mise en route.

On peut commencer par faire une information aux élèves dès la fin de l'année, avec préinscription avant ou pendant les vacances. Il est bon tout de même d'essayer de s'adresser aussi (dès la rentrée) aux élèves qui sont nouveaux dans l'établissement.

A la rentrée : organiser rapidement une réunion d'information, qui serve en même temps à décider de l'horaire des séances hebdomadaires, et à présenter les sujets (ou les thèmes) de l'année à venir. La présence du chercheur lors de cette réunion est indispensable (dans chaque établissement), pour présenter les sujets aux élèves. Il a été parfois nécessaire de renouveler cette réunion pour réussir à surmonter les problèmes d'emploi du temps...

Dans la mesure du possible (c'est difficile en lycée, mais pas impossible) les groupes doivent se rencontrer, ensemble dans un même lieu, pour la séance hebdomadaire, d'une durée de 1h30 à **2h00**. Une dynamique de l'ensemble du groupe se crée. Le professeur se borne à donner des indications de nature socratique pour les questions que les élèves sont amenés à lui poser. Il contrôle l'utilisation d'un cahier de recherche pour chaque groupe. Les élèves, dans chaque groupe, discutent entre eux, ce qui risque de faire plus de bruit qu'un cours magistral.

## Séances hebdomadaires

Les élèves sont répartis en groupes de 3 ou 4, chacun des groupes traitant un sujet d'une liste commune aux deux établissements jumelés. La réunion hebdomadaire, d'une durée de deux heures, avec fonctionnement de type documentation, a plusieurs fonctions.

En premier lieu, c'est un lieu de travail collectif, indépendamment de la présence du professeur. C'est ensuite l'occasion, pour les groupes dont le travail est bloqué, de venir demander une aide au professeur. Celui-ci peut alors leur proposer une "piste", ou les envoyer consulter une source précise. C'est aussi l'occasion pour le professeur de surveiller, de près ou de loin, le travail de chaque groupe, de constater si les méthodes de travail collectif sont efficaces ou non. C'est enfin l'occasion pour le professeur, à la cadence d'une fois par quinzaine, de convoquer le groupe pour tirer un bilan de son travail.

## Le premier travail des élèves.

Il consiste à prendre connaissance du sujet choisi (c'est-à-dire à se documenter) et à se poser des questions à propos du sujet ! Les élèves ne savent souvent pas se questionner ni chercher dans des documents : c'est l'occasion d'apprendre. Cette première phase de leur travail est la plus ingrate.

*petite question math  
distrayante*



Pourquoi travailler sur documents ? Essentiellement pour nous assurer de ne pas leur faire un cours, et que leur travail ne se limite pas à quelques exercices que nous leur donnerions, mais qu'ils s'habituent à l'écrit, que leur démarche suive au mieux celle que doit suivre un chercheur (qui ne dispose pas de l'aide d'un enseignant qui lui donne l'énoncé, la méthode, voire la solution).

Plusieurs risquent de se décourager (les "résultats" qu'ils obtiennent n'en sont pas à leurs yeux). Le



rôle du prof est alors de les consoler, de les conseiller, de les assister psychologiquement mais surtout pas mathématiquement. Le prof peut tout au plus inviter au questionnement et à l'exploration. Il n'est pas là pour faire un cours, le chercheur non plus d'ailleurs, même si les élèves apprécieraient le confort de cette situation, et peuvent la demander explicitement.

En cas de situation vraiment bloquée, l'enseignant devrait pouvoir contacter le chercheur, au moins par téléphone, pour décider en commun de la marche à suivre. Cette première phase, qui prend fin lorsqu'un réseau suffisamment large de questions et d'informations diverses s'est constitué dans chaque groupe, peut durer plus d'un mois, jusqu'au premier séminaire.

## **Le premier séminaire**

Il est souvent abordé avec angoisse par les élèves, qui ont l'impression de n'avoir encore rien fait, et qui ont très peur de la confrontation avec ceux de l'autre établissement. Il marque cependant le début du travail mathématique, le passage à la phase "expérimentale" proprement dite. Les élèves discutent de leurs façons (toujours différentes !) de voir les choses, ils se répartissent le travail à venir, et se fixent des objectifs pour la prochaine rencontre. Le rôle du chercheur est fondamental à ce moment ; il doit veiller à bien comprendre les envies des élèves, même si ce ne sont pas les mêmes que les siennes.

### **Séminaire :**

**1) échange avec l'équipe correspondante de l'autre établissement, travaillant sur le même thème ;**

**2) présentation commune de l'état des travaux aux autres équipes, aux profs, au chercheur, réunis en assemblée plénière.**

Il est souhaitable que chaque séminaire comporte les phases suivantes :

- (1 heure) séance plénière : présentation de la journée, exposé mathématique par le chercheur, sans lien direct avec aucun des sujets, répartition dans les salles de travail.
- 2 séances de travail (1 heure 30 ou 2 heures, chacune) où les élèves sont réunis par sujets (les deux équipes des deux établissements sont réunies) ; le chercheur et les enseignants circulent dans les salles, en demandant aux groupes de se fixer des objectifs précis pour le prochain séminaire, et en préparant avec eux la séance plénière finale.
- (30 minutes par groupe) : en séance plénière, devant tous les autres, exposé de 20 minutes environ, permettant ensuite une discussion, pour présenter le sujet, ce qui a été fait, ce qui a été obtenu, ce qu'on espère obtenir, comment on compte s'y prendre, etc.
- (30 minutes) synthèse finale à chaud par le chercheur : bilan et perspectives pour le prochain séminaire

### **ORGANISATION DES RENCONTRES :**

La journée du samedi (ou du mercredi) présente l'avantage de simplifier l'organisation (une salle par groupe, une grande salle pour les séances plénières). Et les élèves manqueront peu de cours.

## **Poursuite du travail et séminaires suivants.**

En général, les élèves abandonnent les documents et se mettent à créer leurs mathématiques. L'assistance du professeur prend un contenu plus mathématique, non pour guider, mais pour contrôler les résultats obtenus, etc. Le deuxième et le troisième séminaire seront l'occasion de la clarification et du nécessaire recentrage scientifique : s'assurer que les travaux des élèves puissent

s'adresser, suivant la formule de G. Duchamp, « au coeur et à la raison ». En même temps que le travail mathématique, doit avancer aussi la préparation du Congrès et de la communication. Les séminaires devraient avoir un découpage horaire semblable au premier. Les séances plénières d'exposés des élèves doivent être l'occasion de se préparer à la communication lors du Congrès, particulièrement lors du troisième séminaire.

## **Congrès annuel :**

**présentation des résultats obtenus à l'ensemble des participants des divers jumelages, réunis en assemblée plénière avec des personnalités (mathématiciens, formateurs, officiels, etc.)**

Le congrès annuel est le point de mire des élèves, des enseignants, des chercheurs, pendant les 6 premiers mois. Lieu de communication, il nécessite en effet de la part des élèves ...

- d'être capable d'exposer en public (utilisation du tableau, du rétroprojecteur, d'affiches, etc.)
- d'avoir de quoi exposer (c'est-à-dire un exposé à réel contenu mathématique)
- d'être capable de discuter avec le public (répondre aux questions, fournir des explications complémentaires)
- de concevoir et de réaliser des panneaux d'exposition.

**Le congrès est d'abord un objectif (obtenir de quoi exposer, et comment l'exposer) ; il devient ensuite une référence (écrire ce qui a été exposé, présenter son travail en tenant compte des discussions avec le public).**

La dernière période est délicate : le coup de feu du congrès est passé et les désirs d'apprentissages sont très inégaux. Mais bien des mises au point sont nécessaires pour la compréhension de ce qui a été fait et le passage à l'écrit est, à notre avis, incontournable. La satisfaction finale des élèves d'avoir abouti à une authentique production mathématique, visible et durable, en rédigeant leurs contributions pour les "Actes du Congrès" (édités chaque année par l'AMeJ), vaut bien les efforts consentis ...

Il apparaît utile qu'un dernier séminaire ait lieu, afin de satisfaire complètement les désirs de tous les participants (échanges, bilan, perspectives ...).

## **Un peu plus sur le rôle des enseignants et du chercheur.**

Les enseignants se taisent. Même si les élèves se fourvoient dans de fausses pistes ou des contresens, il n'est pas question de leur apporter la bonne parole ou "le" résultat "juste" sous prétexte de ne pas les laisser dire de bêtises.

Les "bêtises" sont des moments de la recherche et du processus de découverte. L'enseignant reste auprès des élèves, mais s'abstient de donner des réponses, au sens habituel qu'on peut donner à ce terme : nous les mettons sur une piste, nous leur proposons des directions qu'ils prennent ou pas, nous leur indiquons des sources qu'ils consultent ou pas.

D'autres fois, nous allons à leur rencontre, posant nous-mêmes des questions, pour les obliger à affiner leurs réponses, ou les amener à envisager des situations auxquelles ils n'ont pas pensé, ou pour lesquelles leurs réponses sont incomplètes.

En aidant les élèves à formuler leurs questions et leurs réponses, nous leur apportons un langage ; parfois, nous leur donnons quelques théorèmes dont ils ont besoin pour poursuivre l'étude de leur sujet ; en voici quelques exemples.

- Les élèves de 1ère qui cherchaient les géodésiques sur la sphère en découpant un chemin en petit morceaux assimilables à des segments n'avaient pas assez de temps devant eux pour redécouvrir le calcul infinitésimal : ils ont admis que les géodésiques sont les grands cercles, et ont poursuivi l'étude de la géométrie de la sphère.
- Les élèves qui cherchaient à comparer les cardinaux d'ensembles infinis ont admis qu'au lieu d'une bijection entre deux ensembles, ils pouvaient se contenter de deux injections (ou de deux surjections) de sens contraires, d'un ensemble vers l'autre.
- Les élèves de 2de qui avaient besoin de démontrer la convergence d'une suite, et qui avaient déjà des difficultés avec un raisonnement par récurrence ont admis qu'une suite croissante majorée est convergente.
- Les élèves qui savaient que le problème du placement des 8 dames sur un échiquier 8 x 8 a 92 solutions n'ont pas fait semblant de l'oublier, mais ont cherché à comprendre comment obtenir une solution, et comment engendrer toutes les solutions.

**Nous, professeurs et chercheurs, nous nous refusons à leur faire une démonstration. Nous leur donnons (quelquefois) des outils parce que l'avancement de leur travail exige qu'ils leur soient donnés. Mais il s'agit de leur démonstration, et ce sont alors eux qui nous demandent le soutien théorique dont ils ont besoin à ce moment là. Notre travail de "direction de recherche" consiste essentiellement à comprendre leur travail et à nous taire, en les provoquant à l'occasion pour (re)dynamiser leur activité.**

### 3. Vers un projet ?

Le dispositif que nous venons de décrire est, rappelons-le, un ensemble de [conditions suffisantes](#)<sup>14</sup> pour que se modifie [le rapport des jeunes aux mathématiques](#)<sup>15</sup>. Il semble qu'une conséquence à moyen et long termes de l'ensemble des activités soit le réinvestissement des connaissances méthodologiques acquises et l'adoption d'une attitude plus critique, plus positive et plus constructive devant d'autres situations problématiques ; il est intéressant d'orienter dans ce sens le processus de conclusion du travail.

Suivant les objectifs du projet auquel on souhaite associer des élèves, et suivant les possibilités locales, on pourra ajouter ou retrancher des ingrédients, s'affranchir de certaines des caractéristiques du dispositif ou mettre en place d'autres adjuvants.

Tout (ou presque tout) est envisageable, pourvu que l'on admette que l'élève n'est pas un vase vide qu'il suffirait de remplir mais est un sujet potentiellement actif et créatif, une personne qui se construit en relation avec un milieu, un individu qui apprend en organisant lui-même ses connaissances.

#### **Un exemple. Peut-on faire MATH.en.JEANS dans la classe ?**

A la lumière des expériences passées, il semble plus difficile d'amener tous les élèves [non-volontaires](#)<sup>16</sup> à une démarche autonome de découverte et de recherche active en mathématiques. En effet, un des moyens efficaces que se donne le dispositif MATH.en.JEANS est l'effet de rupture d'avec le contrat classique de la classe : les élèves sont volontaires pour « essayer autre chose ».

Que faire alors pour animer une activité de recherche en classe (ou en module, en activité dirigée...) en escomptant des effets analogues à ceux de MATH.en.JEANS ?

Notre réponse à cette question est encore partielle. [Nous avons observé](#)<sup>17</sup> que la simple insertion d'un atelier obligatoire d'inspiration math.en.jeans dans le temps de la classe ne donnait pas tous

les résultats espérés (même avec les élèves qui, à priori auraient été volontaires pour une telle expérience).

En revanche, nous conjecturons que les principaux objectifs de MATH.en.JEANS peuvent être atteints en classe, au prix d'un [investissement pédagogique adéquat](#)<sup>18</sup> : l'articulation entre recherche et formation doit garantir les spécificités et les fonctions de chaque activité.

Ainsi menons-nous une expérimentation en classe de 3ème avec pour objectif de donner aux élèves un rôle valorisant dans leur [relation aux mathématiques](#)<sup>19</sup> et à leur apprentissage, tout en les amenant aux compétences exigibles au BEPC. Notre dispositif s'appuie sur trois ressources.

- Nous faisons des problématiques de leur recherche le principe organisateur de l'enseignement dispensé : le cours joue le rôle de "support technique, technologique et théorique" pour la recherche et devient un cadre d'organisation, de généralisation et de régulation des connaissances. Cette organisation est faite a priori et à l'insu des élèves.
- Nous séparons explicitement les temps de recherche, les temps de débats, les temps de présentation des savoirs et d'organisation des connaissances.
- En temps réel sur le terrain, nous ménageons des passerelles d'une activité à l'autre (interventions, suggestions, rappels, commentaires, débat collectif). [Travaux dirigés](#)<sup>20</sup> et [débats](#)<sup>21</sup> jouent le rôle "d'échangeurs catalytiques" entre les pratiques de recherche et les contenus de formation.

De telles formes de travail demandent un investissement important (au moins au début). Faisons à ce propos le simple commentaire que d'autres solutions ne sont pas moins coûteuses (pédagogies différenciées ou individualisées, entretiens et aides personnalisées, accompagnement psychologique...). Quoi qu'il en soit, on peut toujours restreindre ses ambitions et goûter à moindre frais les affres et les joies de la recherche, avec ses élèves en classe, en suscitant de réelles passions et en éveillant plusieurs d'entre eux au questionnement et à la démarche scientifique : à chacun d'adapter son projet à ses contraintes et à ses vœux ...

Chaque projet d'inspiration MATH.en.JEANS peut trouver une reconnaissance et une forme publique appropriée : composante du projet d'établissement, [Atelier Scientifique](#)<sup>22</sup>, activité de classe ou de club, option annuelle, module ou parcours différenciés, Travaux pratiques ou dirigés, action culturelle ou éducative dotée ou non d'un soutien académique, d'un partenariat avec le CNRS... Espérons que notre article aura contribué à la popularisation des mathématiques en milieu scolaire en apportant des éléments utiles à la réflexion et à l'action et donnera envie à certains de se lancer dans l'aventure.

## **Sur "Recherche et Formation", pour ne pas conclure ...**

Si l'activité de recherche peut être pensée et organisée comme une direction à privilégier dans l'acquisition de connaissances c'est dans la mesure où elle met en oeuvre des démarches particulières par rapport au savoir. Ces démarches peuvent fonder et réguler un processus de formation.

Une formation pour la recherche peut viser une connaissance approfondie de l'objet de recherche, mais, et c'est là ce qui nous intéressait dans le cadre de cette Université d'Été "Recherche Mathématique et Formation", nous avançons l'idée qu'une formation par la recherche peut constituer une modalité efficace d'un enseignement scientifique. MATH.en.JEANS s'en veut le vivant témoignage.

## NOTES ...

1. Nous utilisons toujours le mot "critique" dans le sens constructif, "journalistique", du terme. [RETOUR AU TEXTE](#)
2. Voir en [section 2](#) le détail du dispositif. [RETOUR AU TEXTE](#)
3. N. Barbichon décrit les rapports des chercheurs professionnels au savoir pour éclairer quelques difficultés spécifiques rencontrées dans l'articulation formation / recherche. Voir son article "*Le métier de chercheur, ses liens avec celui d'enseignant*", Dialogues (Groupe Français d'éducation nouvelle) n°57, Janvier 1986. [RETOUR AU TEXTE](#)
4. Nous donnons des exemples de présentations de sujet et les analyses correspondantes. [RETOUR AU TEXTE](#)
5. Pour des détails sur la théorie chevallardienne, voir **Y. Chevallard, M. Bosch, J. Gascon**, *Estudiar matemáticas*, [cuadernos de education 22], Ice-Horsori, Univ. de Barcelona, 1997. [RETOUR AU TEXTE](#)
6. On trouvera en annexe 4 un récapitulatif sur [le rôle de l'enseignant](#) [*les annexes ne sont malheureusement pas disponibles - NDLC*]. [RETOUR AU TEXTE](#)
7. Voir la contribution de M. Legrand dans les Actes de l'Université d'été « Recherche et formation » de l'Université de Dijon en juillet 1996. [RETOUR AU TEXTE](#)
8. On trouvera en annexe 4 un récapitulatif sur [le rôle du chercheur](#). [RETOUR AU TEXTE](#)
9. Une bonne partie de ce site sert et servira d'exemple d'édition d'articles de jeunes. [RETOUR AU TEXTE](#)
10. *in* "Comprendre l'infini", numéro hors-série, Science et Avenir, mars 1996. [RETOUR AU TEXTE](#)
11. Les italiques sont de Pierre Audin & Pierre Duchet. [RETOUR AU TEXTE](#)
12. Quand nous parlons de concept, c'est au sens d'idée et d'outil pour la pensée mathématique, par opposition au sens courant de notion ou d'outil technique nécessaire à l'élaboration et à la pratique des théories mathématiques [cf. **P. Duchet**, *Notions et concepts*, article en préparation]. Ainsi "espace" et "mesure" sont des concepts, tandis que "droite réelle" et "nombre <sup>1</sup>" sont des notions ; l'inégalité triangulaire et la formule du binôme sont des outils techniques liés respectivement au concept "distance" (lui-même avatar du concept "mesure") et aux concepts "combinaison" et "équivalence". Une définition précise d'un ensemble infini en fera une notion mathématique, sans pour autant épuiser le concept d'infini, présent dans bien d'autres champs de la pensée. A y bien regarder, dans une situation donnée, peu de concepts suffisent à en guider le sens, alors que de nombreuses notions sont nécessaires à sa description mathématique. Plus généralement, il apparaît que les mathématiques peuvent s'organiser par un très petit nombre de concepts importants, alors que les programmes d'enseignement sont surchargés de notions. Nous pensons cette distinction entre notion et concept comme essentielle à tout bon enseignement scientifique. [RETOUR AU TEXTE](#)
13. Avec l'éclairage de la note précédente, nous pourrions comprendre A. Warusfel en référant son propos à la notion cantorienne d'infini et non au concept : on resterait dans ce cas légitimement perplexe sur la présence de cette notion dans les nombres et les figures du Collège. A ce sujet, voir les articles écrits par des collégiens sur les brenoms (Actes précédents). [RETOUR AU TEXTE](#)
14. Il conviendrait de justifier cette affirmation, tel est l'un des objets de la recherche

pluridisciplinaire que nous poursuivons avec le [groupe SIRC](#). [RETOUR AU TEXTE](#)

15. Un des indices les plus clairs de cette modification est la familiarité dont les élèves font preuve au congrès avec les objets de leur recherche, familiarité qui résulte d'une lente transformation des représentations qu'ils se forment. [RETOUR AU TEXTE](#)

16. Nous ne pensons pas ici aux élèves "faibles", qui sont fréquemment actifs dans les ateliers MATH.en.JEANS, mais aux élèves "désabusés" par les maths et/ou par l'école. [RETOUR AU TEXTE](#)

17. Expérimentations en "modules" en classe de Seconde et Première entre 1992 et 1995. [RETOUR AU TEXTE](#)

18. Une première expérimentation fut menée en classe de Première en 1992-93 (projet "MARCHE", lycée Racine) avec des conditions facilitantes particulières : professeur ayant déjà une bonne expérience de MATH.en.JEANS, utilisation de plusieurs salles communicantes lors de l'atelier, thème unique des recherches (géométrie des pixels). [RETOUR AU TEXTE](#)

19. L'élève est un acteur incontournable de la construction de ses connaissances. Rien ne saurait se substituer à son investissement personnel. [RETOUR AU TEXTE](#)

20. Un des moyens de diriger ces travaux est le dispositif décrit dans : **R. Douady**, *Jeu de cadre et dialectique outil-objet*, Recherche en Didactique des mathématiques 7, n° 2, 1986, 5-31. [RETOUR AU TEXTE](#)

21. Un des moyens d'organiser ces débats est le "débat scientifique" de Marc Legrand. Voir sa contribution dans les Actes de l'Université d'été « Recherche et formation » de l'Université de Dijon en juillet 1996. [RETOUR AU TEXTE](#)

22. Texte du B.O. n°14 du 6 avril 1995. Cet accord entre le ministère de l'éducation nationale et celui de la recherche est sorti juste avant la fusion des deux ministères ; cela n'a malheureusement pas aidé à la mise en place, au contraire, puisque subventions et heures supplémentaires sont à peine saupoudrées dans les académies. [RETOUR AU TEXTE](#)

---