

Bateaux en eaux troubles

Corinne a une toute nouvelle passion, le modélisme naval. Elle a donc, tout récemment, construit son tout premier bateau, tout de balsa et de servomoteur !

Suite à une soirée un peu arrosée, le programme servant à déplacer le bateau a été implémenté bizarrement : il se déplace sur une grille infinie de maille carrée et suivant des pas pris dans un ensemble fini de vecteurs à coordonnées entières.

La Figure 1 montre les 4 choix de pas possibles pour les déplacements du bateau de Corinne :

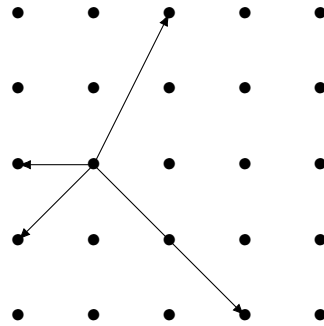


FIGURE 1 – Les déplacements possibles du bateau de Corinne

Corinne souhaite déplacer le bateau d'un point à un autre dans le plan. Existe-il toujours un chemin pour faire cela ? Combien y en a-t-il ? Quel est le chemin le plus court ?

Guillaume a reproduit le bateau de Corinne avec une nouvelle programmation. Il a obtenu la programmation de la Figure 2.

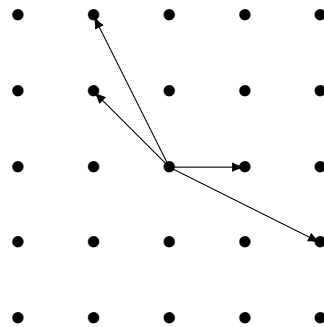


FIGURE 2 – Les déplacements possibles du bateau de Guillaume

Que peut faire le bateau de Guillaume ?

Guillaume souhaite utiliser les deux bateaux dans la fontaine de son village, sous la supervision de Corinne car la fontaine possède une cascade. Le bateau ne peut donc naviguer que sur un demi-plan, de limite une droite horizontale.

Les deux compères enfilent donc des bottes, se placent au milieu de la fontaine, afin de mieux surveiller le moment où les bateaux approchent de la cascade, mettent les bateaux à l'eau et commencent une séance de navigation.

Que peut faire le bateau de Corinne ? Que peut faire celui de Guillaume ?

Pour éviter tout accident, Corinne a planifié un chemin de sorte à ce que le bateau revienne à sa position de départ et que les positions successives soient toujours situées au dessus d'eux horizontalement (là où il n'y a pas de cascade). Elle a aussi choisi de faire un chemin contenant N pas, car la batterie de son bateau est limitée. Combien de chemins, Corinne pourra-t-elle faire ?

Alors que Guillaume est en train d'utiliser son bateau, le microcontrôleur de son navire devient fou ! Au lieu de suivre le chemin planifié, il choisit, à chaque étape, une direction au hasard dans sa grille de programmation. Corinne décide donc d'intervenir en planifiant un chemin avec son bateau afin d'intercepter le bateau de Guillaume. Quel est le meilleur chemin à choisir pour que le bateau de Guillaume ne tombe pas dans la cascade ?

Que deviennent les réponses à toutes ces questions si on change les grilles de programmation des deux bateaux ?

Mêmes questions, si la fontaine forme un quart de plan.