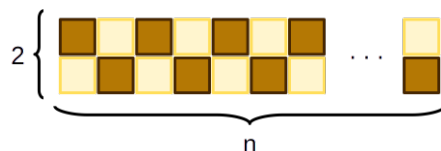


Pavages de dominos.

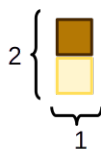
Supposons que vous ayez des échiquiers de taille $2 \times n$.



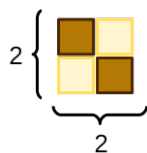
Vous souhaitez recouvrir les échiquiers entièrement de dominos. Bien évidemment, chaque pièce de domino couvre exactement deux cases adjacentes.

Vous vous demandez combien de façons différentes il est possible de couvrir l'ensemble de l'échiquier. Vous pouvez raisonner librement ou suivre le guide proposé.

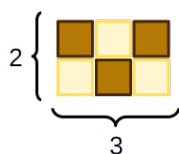
1. De combien de façons différentes peut-on couvrir l'échiquier de longueur 1 ?



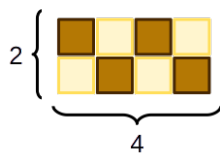
2. De combien de façons différentes peut-on couvrir l'échiquier de longueur 2 ?



3. De combien de façons différentes peut-on couvrir l'échiquier de longueur 3 ?



4. De combien de façons différentes peut-on couvrir l'échiquier de longueur 4 ?



5. En ce qui concerne l'échiquier de longueur 5, au lieu de compter toutes les possibilités, essayez de trouver le nombre de recouvrements possibles en commençant par ceux des échiquiers plus courts que vous avez déjà énumérés.
6. Appelons a_n le nombre de façons différentes de couvrir l'échiquier de longueur n . Raisonner maintenant de façon inductive. Supposez que vous connaissez a_1, a_2, \dots et a_n : essayez alors de trouver a_{n+1} en fonction de a_1, a_2, \dots et a_n . En utilisant cette relation, calculez a_n pour $n = 3, \dots, 10$. Reconnaissez-vous ces nombres ? Comment s'appelle la suite $(a_n)_n$?