

Sujets Maths en Jeans

Guillaume Garnier

Inria & Sorbonne Université

04 octobre 2023

Inria



Les mathématiques du Tetris

Le jeu de puzzle Tetris est un jeu populaire où le but est d'empiler habilement des pièces pour créer des lignes.

- ▶ Les pièces de Tetris sont constituées de 4 petits carrés de taille égale, et **il en existe 7 types différents.**

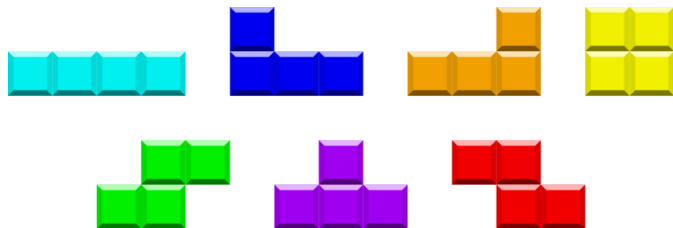


Figure: Les 7 pièces du tetris

Inria



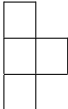

Combinatoire

- ▶ Combien existe-t-il de pentaminos ? d'hexaminos ? d'heptaminos ? d'octaminos ?
- ▶ Peut-on trouver une formule qui donne le nombre de polyominos en fonction du nombre de carrés utilisés pour les fabriquer ?
- ▶ A défaut d'avoir une formule exacte, peut-on trouver un minorant ou un majorant de ce nombre ?

Les mathématiques du Tetris

Pavage

- ▶ Est-il possible de paver un rectangle avec tous les tétramino ? et avec tous les pentamino ?
- ▶ Comment paver un rectangle avec des exemplaire d'un même polyomino ?
- ▶ Il est impossible de recouvrir un échiquier (8x8) uniquement avec des triomino (64 n'est pas divisible par 3). Que se passe t'il si on utilise 21 triomino et 1 monomino (un seul carré) ?
- ▶ Peut-on recouvrir un échiquier (8x8) l'aide de 15 tétramino

en T  et un tétramino carré .

Inria

 SORBONNE
UNIVERSITÉ

Quelques éléments pour aller plus loin

- ▶ que se passe-t-il si on remplace les petits carrés initiaux par des triangles équilatéraux ? Peut-on choisir d'autres formes que les carrés et les triangles ?
- ▶ Que donne des polyominos en 3D avec des cubes ? Peut-on encore les dénombrer ?

Un drôle de carré

Considérons un jeu de 32 cartes, et ne gardons que les As et les figures (Roi, Dame, Valet).

- ▶ Peut-on placer ces seize cartes selon quatre lignes et quatre colonnes ne contenant jamais deux fois la même **couleur** (trèfle, cœur, carreau, pique) ou la même **valeur** (valet, dame, roi, as).
- ▶ Mais est-il toujours possible, quel que soit l'ordre $n > 0$ entier considéré de construire un tel carré avec n lignes et n colonnes. (*On imaginera bien sûr qu'il y a n couleurs et n valeurs.*)
- ▶ Combien y a t'il de combinaisons possibles ? Ou pourra commencer par les cas $n = 1$, $n = 2$ ou $n = 3$.

Inria



Un drôle de carré

- ▶ Si on a un tel carré, quel est nombre minimal de cartes à déplacer pour garder une configuration valide.
- ▶ Qu'est-ce qui se passe si on impose aussi de ne pas avoir la même couleur ou la même valeur sur les diagonales du carré.
- ▶ Qu'est-ce qui se passe si on rajoute une couleur au dos de la carte, et qu'on tente maintenant d'être dans un cube.

Inria



Partie de cache-cache

Un chien joue à cache cache avec son maître.

Le parc dans lequel ils jouent est un **plan** sur lequel se trouve un obstacle \mathcal{O} . Cet obstacle est un ensemble de points que le maître et le chien ne peuvent pas traverser.

Soient v_c et v_m deux réels positifs qui représentent la vitesse maximale du chien et du maître.

Inria



Partie de cache-cache

La partie se déroule comme il suit

- ▶ A chaque tour, le chien choisit de se déplacer en ligne droite à une distance au plus v_c de sa précédente position. Il ne peut pas traverser l'obstacle.
- ▶ Ensuite, le maître choisit de se déplacer en ligne droite à une distance au plus v_m de sa précédente position. Il ne peut pas traverser l'obstacle.

Le chien gagne s'il arrive à voir son maître après le déplacement du maître.

Inria



Partie de cache-cache

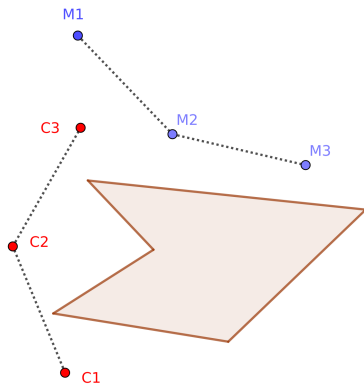


Figure: Un cache cache possible

Inria



Partie de cache-cache

Dans quels cas le chien est- il sûr de gagner ?

Inria



SORBONNE
UNIVERSITÉ

Dans quels cas le chien est- il sûr de gagner ?

Idées de questions :

- ▶ Est-ce que le chien arrive toujours à trouver son maître si l'obstacle est un point, un segment, un cercle, un polygone, etc?
- ▶ Qu'est ce qui change si le maître ou le chien peuvent sauter par dessus l'obstacle (sans s'y arrêter ?)