

Sujet 10 - Recouvrir l'icosaèdre avec des chapeaux

L'icosaèdre est un des cinq polyèdres réguliers de Platon (pour chacun d'eux, chaque face est un même polygone régulier, et tous les sommets ont exactement la même forme).

L'icosaèdre est le polyèdre composé de 20 triangles équilatéraux collés comme ceci :



À un sommet de l'icosaèdre se rejoignent 5 triangles équilatéraux. Si on considère uniquement ces cinq triangles, cela constitue une sorte de chapeau.

Question 1 :

Combien faut-il de tels chapeaux au minimum pour recouvrir le l'icosaèdre ?

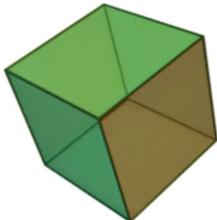
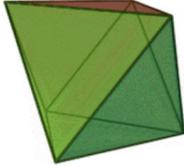
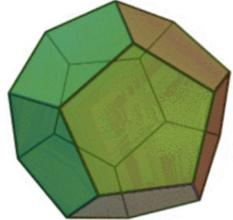
Comme il y a 20 faces et que chaque chapeau est fait de 5 triangles équilatéraux, il faut au moins 4 chapeaux pour recouvrir l'icosaèdre. Mais est-ce que 4 chapeaux peuvent réussir ce recouvrement ? Si 4 ne suffisent pas, est-ce que 5 suffisent ? Si 5 ne suffisent pas est-ce 6 suffisent ? etc.

Pour traiter la question construisez un icosaèdre en carton et des chapeaux et faites des essais.

Il faut justifier les réponses en faisant des dessins ou en venant expliquer les résultats avec les objets construits (icosaèdre et chapeaux).

C'est assez facile de trouver la réponse (quand on a fait les constructions en carton), mais c'est assez difficile de la justifier et il faut donc rechercher des raisonnements aussi précis que possibles avec les objets construits pour expliquer et justifier votre résultat.

Question 2 :

Tétraèdre	Hexaèdre ou Cube	Octaèdre	Dodécaèdre
			

Mêmes questions avec les autres polyèdres réguliers de Platon (à chaque fois les polygones qui se rejoignent en un sommet définissent une sorte de chapeau, et à chaque fois, il faut trouver le nombre minimum de chapeaux permettant de recouvrir le polyèdre).

C'est très facile pour le tétraèdre, le cube et l'octaèdre.