

Sujet : Des nombres premiers en pagaille

Euclide est très fier de sa dernière découverte : il a pu démontrer qu'il existe une infinité de nombres premiers, c'est-à-dire d'entiers positifs qui ont exactement deux diviseurs.

Hypathie, toujours à l'affut, lui pose les quelques questions suivantes : saurez-vous aider Euclide à répondre à sa collègue ?

- Existe-t-il des nombres premiers dont le carré auquel je retranche 2 est encore un nombre premier?
- Existe-t-il des nombres premiers dont le k -ième successeur est encore un nombre premier, pour k un entier de votre choix ? (On évitera le cas $k = 2$, pour des raisons que je vous laisse découvrir par vous-même...)
- Existe-t-il beaucoup de nombres premiers congrus à 3 modulo 4 ? A 7 modulo 9 ? A 31 modulo 127 ?