

Sujet : Des triangles en Technicolor

On considère le triangle de Pascal, construit à l'aide des coefficients binomiaux :

$$\begin{array}{c} 1 \\ 1 \ 1 \\ 1 \ 2 \ 1 \\ 1 \ 3 \ 3 \ 1 \\ 1 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1 \\ 1 \ 5 \ 10 \ 10 \ 5 \ 1 \\ \text{etc...} \end{array}$$

Questions possibles - Partie 1 :

- Peut-on prédire le nombre de valeurs impaires qui apparaîtront sur la 20^è ligne? Sur la 100^è ligne ? Sur la 1000^è ligne ?
- Peut-on prédire le nombre de multiples de 3 (ou de 5, de 7...) qui apparaîtront sur la 20^è ligne? Sur la 100^è ligne ? Sur la 1000^è ligne ?

Mettons maintenant un peu de couleur dans tout ça : on commence par décider de colorier les différents nombres selon leur reste dans la division euclidienne par 2. On obtient les premières lignes suivantes :

$$\begin{array}{c} 1 \\ 1 \ 1 \\ 1 \ 2 \ 1 \\ 1 \ 3 \ 3 \ 1 \\ 1 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1 \\ 1 \ 5 \ 10 \ 10 \ 5 \ 1 \\ \text{etc...} \end{array}$$

Questions possibles - Partie 2 :

- Peut-on expliquer le motif obtenu, voire l'anticiper en donnant la coloration de la 20^è ligne? De la 100^è ligne? De la 1000^è ligne ?
- Peut-on faire pareil en regardant le coloriage issu de la division euclidienne par 3 ou par 5 (ou par un autre nombre choisi à votre convenance) ?