

Un voyage infini !



En gare d'Istanbul, on peut prendre un train très spécial possédant un nombre infini de sièges numérotés de 1 à l'infini.

1) Malheureusement, le train est complet !

Si un client arrive comment peut-on lui trouver un siège ?

2) Supposons encore que tous les sièges sont occupés. Au siège 1 il y a le client a_1 , au siège 2 il y a le client a_2 , etc. Tout d'un coup, un groupe d'amis avec un nombre infini de personnes b_1, b_2, \dots arrive.

Comment faire pour trouver un siège à tous ?

3) Supposons que tous les passagers ont quitté le train et un nombre infini de groupes numérotés 1,2,3...arrive avec dans chaque groupe un nombre infini de personnes.

Que faire pour trouver un siège à tous ?

4) De nouveau, supposons que le train est vide. Un nouveau groupe arrive. Les passagers sont numérotés comme $3/5, 7/4, \dots$ une personne pour chaque nombre rationnel positif.

La personne s'appelant $3/5$ pourrait s'appeler $6/10$ mais sur sa carte d'identité c'est écrit $3/5$.

La personne s'appelant $7/1$ est nommé 7 par ses amis mais son nom sur sa carte d'identité est $7/1$, etc.

Comment pouvez-vous trouver un siège à tous les passagers ?

5) Le train est à nouveau vide et un groupe arrive où les personnes portent le nom de tous les rationnels.

Que faire maintenant ?

6) Le train est vide et un groupe arrive où les personnes portent le nom de tous les nombres irrationnels.

Que faire maintenant ?