

## 4 Invasion de zombies

Alerte! La ville est attaquée par des zombies! Les morts-vivants vont-ils atteindre votre quartier?

On représente la ville par un quadrillage carré, et chaque quartier est un carré. Un beau (?) jour, les zombies apparaissent dans certains quartiers que l'on marque en rouge, et l'invasion se répand ainsi : chaque nuit, les quartiers libres voisins de 2 quartiers infectés sont à leur tour envahis. La figure suivante montre un exemple d'évolution de la situation.

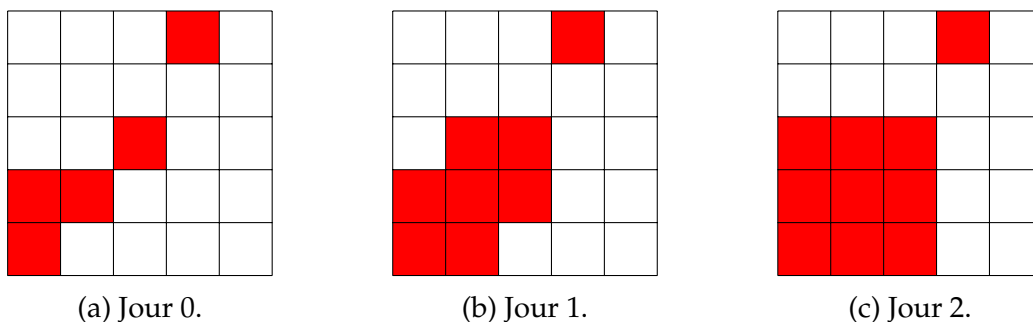


FIGURE 5 – Propagation des zombies.

- ▷ Quand la situation n'évolue plus, quelles propriétés vérifie la zone rouge envahie par les zombies?
- ▷ On appelle "configuration désastreuse" une configuration au jour 0 permettant aux zombies d'envahir toute la ville. Existe-t-il une configuration désastreuse? Quel est le nombre minimal de quartiers rouges pour une telle configuration (en fonction de la taille de la ville)?
- ▷ Mêmes questions si la ville n'est plus carrée (vous pouvez étudier plusieurs formes!).
- ▷ On suppose que la ville contient  $n$  quartiers. Y-a-t-il des formes pour la ville minimisant ou maximisant le nombre de quartiers rouges dans une configuration désastreuse?