

Math en Jean: Arbre rationnel.

Les questions données ne sont là que pour orienter la réflexion. Les élèves sont encouragés à suivre d'autres directions si certaines apparaissent lors de leurs recherches.

On construit un arbre binaire infini dont les noeuds sont des rationnels de la façon suivante :

- on choisi un nombre rationnel $p/q > 0$ qui sera la racine,
- ses deux enfants sont $p/(p+q)$ et $q/(p+q)$,
- on réitère le processus pour chacun de ces enfants.

Le processus est illustré en figure 3.

Pour commencer, on peut vérifier que tout les noeuds sont des rationnels entre 0 et 1. La grande question c'est : si on part de $1/2$, est-ce que l'on atteint tout les nombres rationnels entre 0 et 1 ? Est-ce que ça dépend du nombre de départ choisi ?

On pourra aussi chercher des relations dans cet arbre. Par exemple, que trouve-t-on si on somme tous les noeuds de hauteur n de l'arbre ?