

Assurances maritimes et concentration du capital

Sujet MATH.en.JEANS proposé par Charles SUQUET
Université-Lille 1 Sciences et Technologies & CNRS UMR 8524
<http://math.univ-lille1.fr/~suquet>

Une compagnie d'assurances assure une flotte de 500 navires de pêche valant chacun 1 million d'euros. Le risque assuré est la perte totale du navire qui est un événement de probabilité 0,001 pour une année. Les naufrages des différents navires sont considérés comme indépendants. On note X la variable aléatoire égale au nombre de navires perdus en une année.

1. Quelle est la loi de X ?
2. Calculer numériquement $P(X = 0)$, $P(X = 1)$, $P(X = 2)$, $P(X = 3)$.
Que remarque-t-on ?
3. On a besoin d'évaluer numériquement $P(X = k)$ pour k entier entre 0 et 500. À partir d'une certaine valeur de k , ces probabilités sont trop petites pour qu'il soit vraiment utile de les calculer. Chercher une formule permettant de majorer $P(X > k)$ en fonction de $P(X = k)$.
4. La compagnie rembourse le 31 décembre, sur ses réserves, la valeur des bateaux assurés ayant fait naufrage dans l'année. À combien doivent s'élever ces réserves financières pour qu'elle puisse effectuer la totalité de ces remboursements avec une probabilité supérieure à 0,999 ?
5. La compagnie fusionne avec une autre compagnie identique (500 navires assurés). Reprendre la question 4) et commenter le résultat obtenu. Généralisation ?
6. Étudier par simulation l'évolution de la situation financière de la compagnie en choisissant le capital de départ, le montant des cotisations annuelles et le nombre de bateaux assurés.
7. Vos propres questions ?