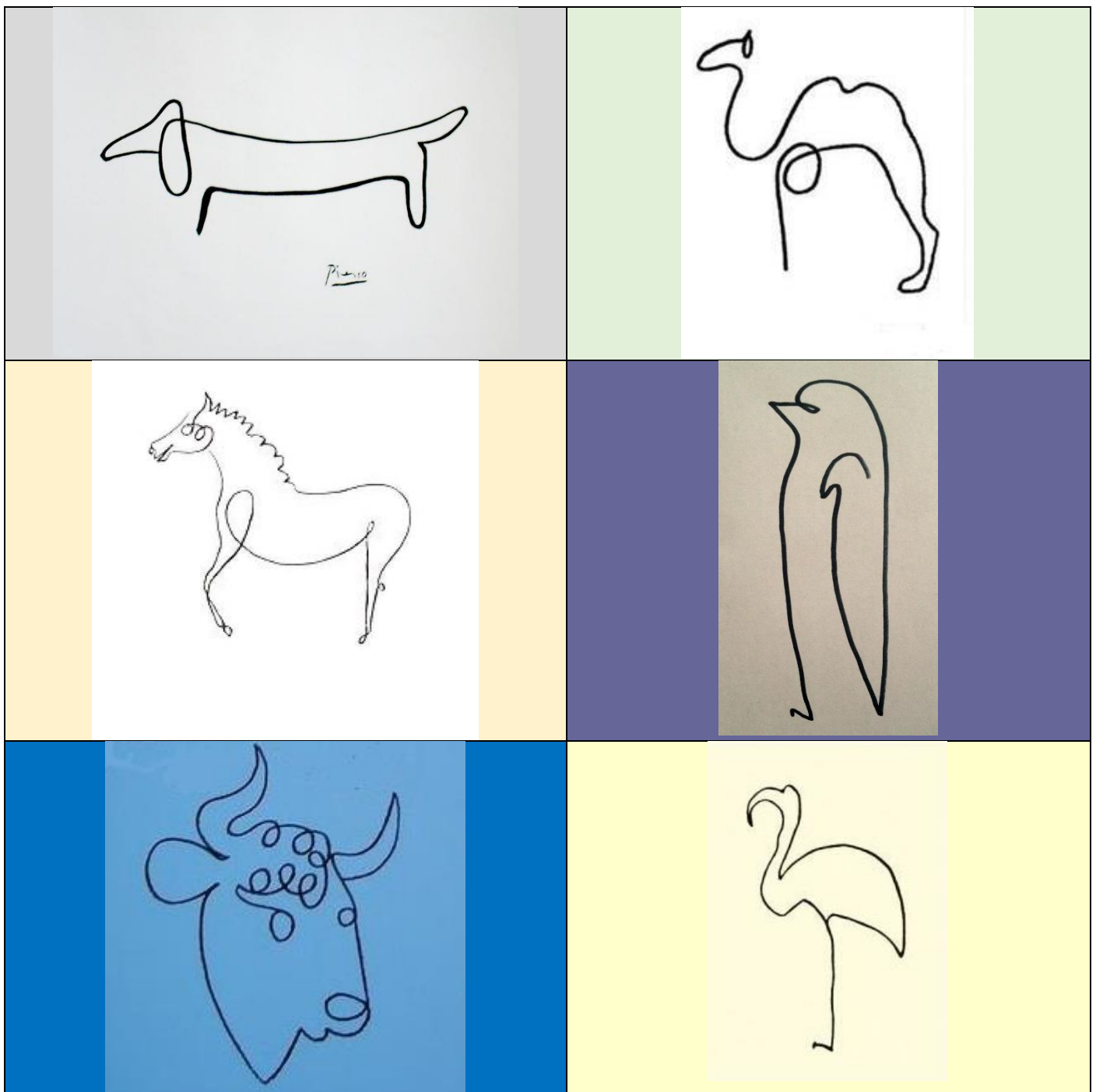


Sujet Collège – Dessin d'un seul coup de crayon

1/ Une technique de Pablo Picasso

Pablo Picasso était un célèbre peintre. Faites des recherches sur internet sur ce célèbre peintre.

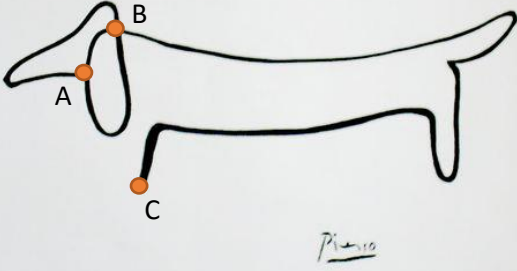
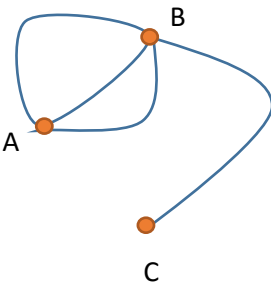
Pablo Picasso aimait dessiner d'un seul trait (c'est-à-dire sans lever le crayon). Observez sa technique :



Reproduisez ces dessins. Puis, à votre tour, faites des dessins d'un seul coup de crayon.

2/ Les graphes

A chaque dessin, on associe un graphe en procédant ainsi :

Dessin	Graphe
	
<p>Repérez les points qui sont des extrémités ou des points d'intersection. Ces points sont appelés des sommets. Les traits qui lient deux sommets sont appelés les arêtes.</p>	<p>Pour construire le graphe associé au dessin, on ne construit que les sommets et les arêtes (sans se préoccuper de la position des points ou de la forme des lignes qui lient ces points).</p>

Sur le graphique, on remarque que le point A compte trois arêtes. On dit que le degré du sommet A est 3. Quels sont les degrés des points B et C ? Puis, complétez le tableau suivant :

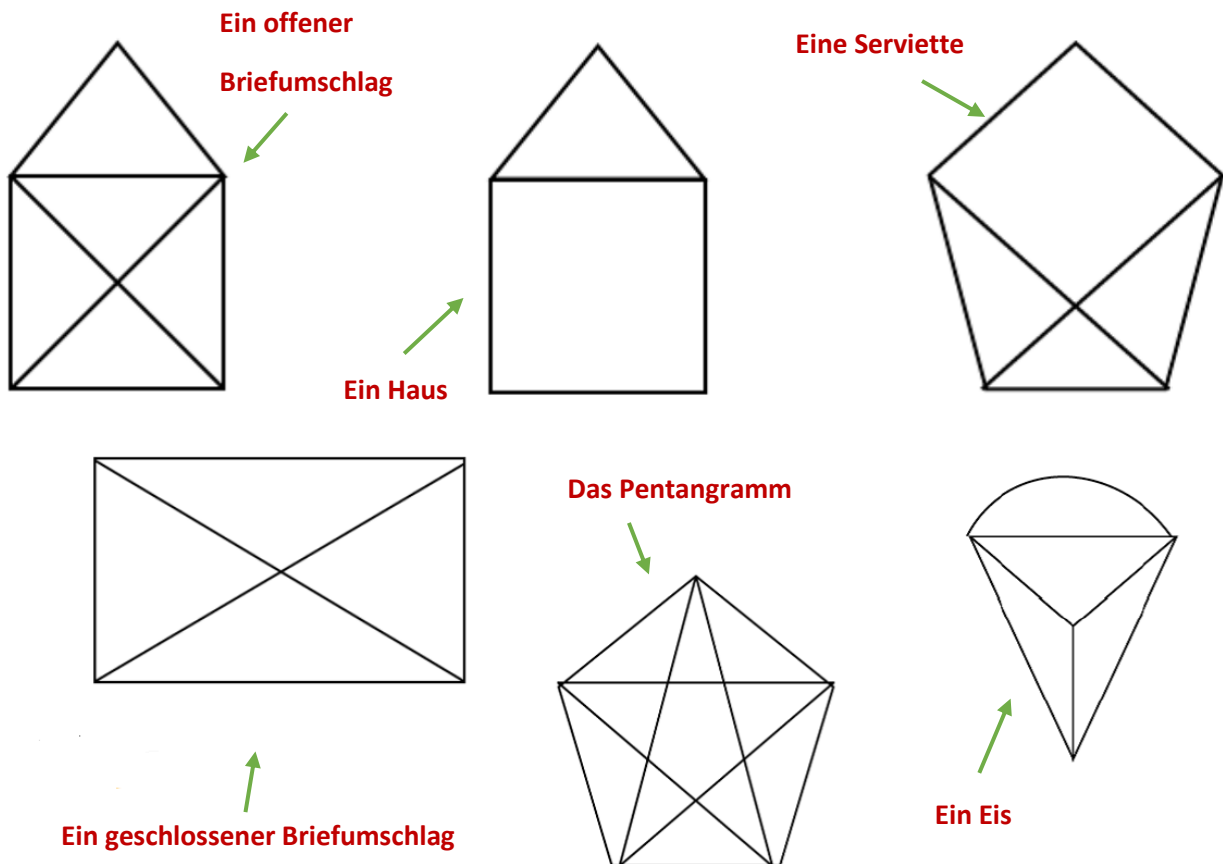
Le teckel	
Sommet	Degré
A	3

Pour chacun des dessins de Picasso et pour chacun de vos dessins, dressez un tel tableau. Précisez à chaque fois le nombre de sommets de degré impair. Observez.

Etes-vous capable de faire un graphe (ou un dessin) que l'on peut dessiner d'un seul trait et dont le nombre de sommets de degré impair serait nul ? serait 1 ? serait plus grand que deux ? Pouvez-vous expliquer ce phénomène ?

3/ D'un seul coup de crayon

Pour chacune des figures ci-dessous, dites s'il est possible ou non de la construire d'un seul coup de crayon et sans repasser ? Justifiez.

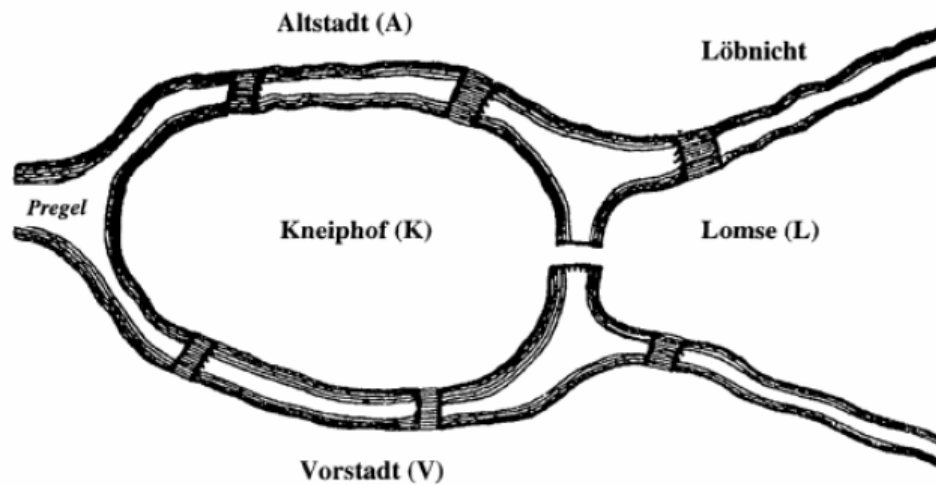


4/ Le problème des sept ponts de Königsberg

La ville de Königsberg¹ est construite autour de deux îles situées sur le Pregel (fleuve) et reliées entre elles par un pont. Six autres ponts relient les rives de la rivière à l'une ou l'autre des deux îles, comme représentés sur le plan ci-dessus. Selon vous, existe-t-il une promenade dans les rues de Königsberg

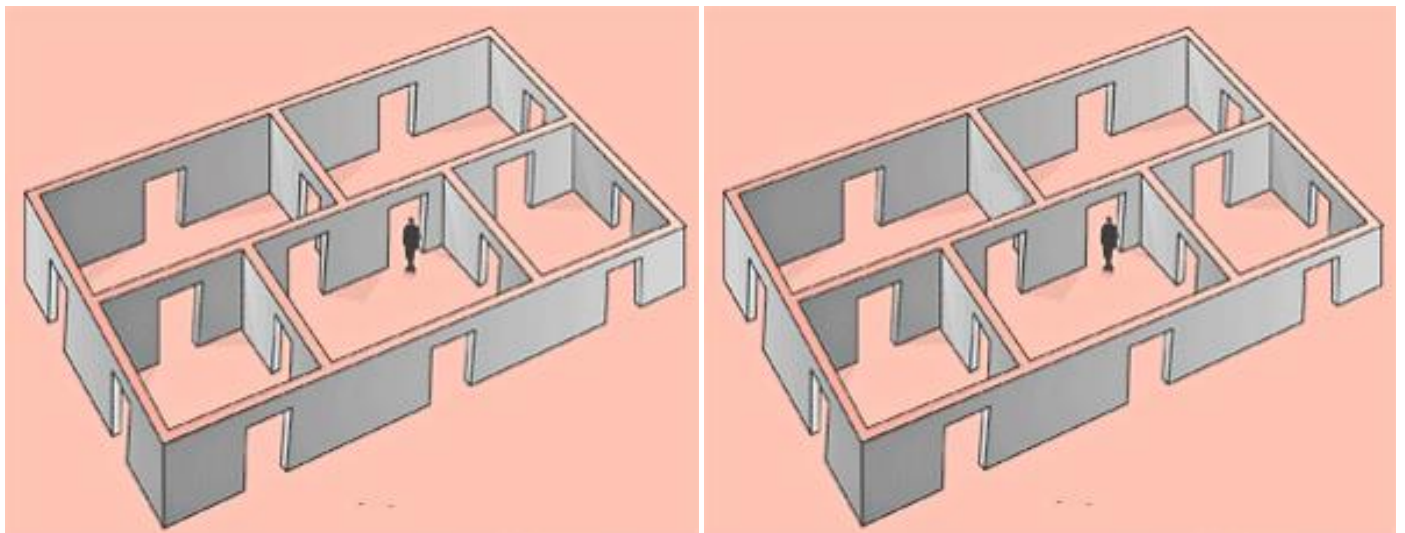
¹ Königsberg est une ancienne ville prusse, rebaptisée Kaliningrad après son annexion par les soviétiques.

permettant, à partir d'un point de départ au choix, de passer une et une seule fois par chaque pont, et de revenir à son point de départ, étant entendu qu'on ne peut traverser le Pregel qu'en passant sur les ponts.



5/ L'énigme des cinq pièces de la maison

Comment feriez-vous pour passer par chaque porte une seule et unique fois ?
Vous pouvez partir d'où vous voulez.



6/ Généralisation

A votre avis, si un graphe possède q sommets de degré impairs, quel est le plus petit nombre de coups de crayon nécessaires pour le tracé de ce graphe ?