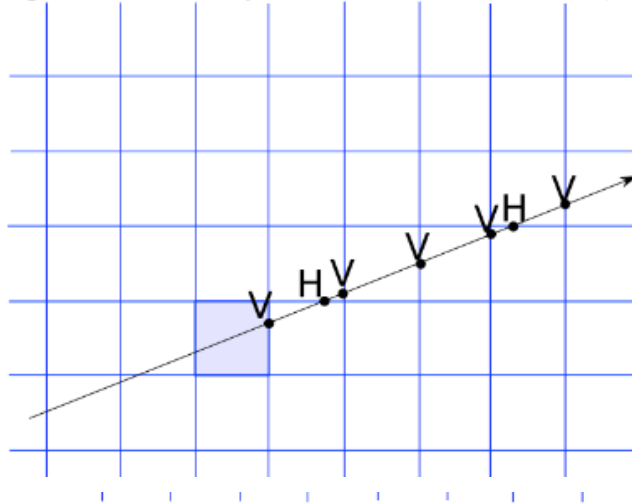


2 Le langage des droites

On considère le plan quadrillé par des droites horizontales et verticales, à distance 1 les unes des autres. On fixe un carré Q dans ce quadrillage.

On considère une droite d qui rencontre Q . Supposons que d n'est ni horizontale ni verticale. Chaque fois que d rencontre une droite du quadrillage en un point M , on écrit sur le point M la lettre H , V ou C selon que l'intersection se fait avec une droite horizontale, verticale, ou les deux (un coin).

En commençant à partir du carré Q et en allant vers la droite, on lit un mot infini.



Exemple: Pour la droite ci-dessus, on lit $VHVVVHV\dots$

Pour une droite à 45 degrés, on lit $VHVHVHVHVHVHVH\dots$. C'est un mot périodique.

Question 2.1. *Est-ce que tous les mots infinis obtenus sont périodiques ? Quelles sont les droites qui donnent un mot périodique ?*

Question 2.2. *Est-ce que 2 droites différentes peuvent donner le même mot infini ? Est-ce que 2 droites non parallèles peuvent donner le même mot infini ?*

Note: tous les mots infinis peuvent pas apparaître. Par exemple on peut pas voir $HHHHVVVV$ comme sous-mot.

Question 2.3. *Quels sont les mots infinis qui peuvent apparaître ?*

Quels sont les mots finis qui peuvent apparaître comme sous-mot ? Par exemple $HVVVH$ apparaît comme sous-mot, mais pas $HHHHVVVV$.

Question 2.4. *Est-ce que certains sous-mots déterminent complètement le mot infini ?*

Si d est une droite fixée, considérons le nombre de sous-mots de longueur N qui apparaissent comme sous-mot du mot associé à d . Comment se comporte-t-il quand N devient grand ?

Question 2.5. *Parmi les mots de 10 lettres écrits avec les 3 lettres H, V, C , combien peuvent apparaître comme sous-mot d'un tel mot infini ? Est-ce une grosse proportion ?*

Même question avec les mots de N lettres, pour d'autres valeurs de N , pour N très grand...

Si on ne peut pas déterminer ce nombre exactement, peut-on minorer ou majorer ce nombre ?