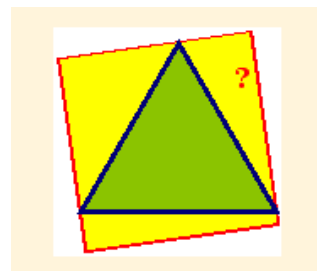


# Une forme dans une autre

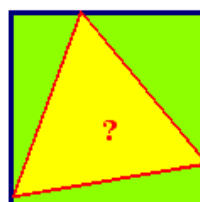
*Sujet proposé par Pierre Duchet*

Placer un objet dans une boîte de forme imposée, la plus petite possible

Quelle dimensions faut-il donner à une boîte carré pour qu'on puisse y ranger (à plat) le triangle d'un musicien percussionniste (les trois cotés d'un tel triangle mesurent 20 cm chacun) ?

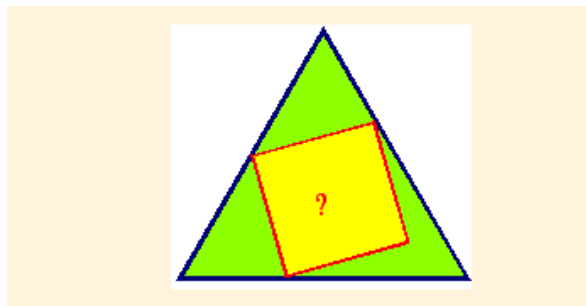


Du point de vue mathématique, il revient au même de se poser la



question à l'envers : quel est le plus grand triangle équilatéral qui tienne dans un carré donné ?

Par contre chercher le plus grand carré contenu dans un triangle équilatéral



est une question de même nature, mais différente.

## Le sujet

Le problème général est le suivant. On se donne deux formes A et B.

Quelle est la plus petite boîte de forme B qui contienne un objet donné de forme A ?

ou, ce qui revient au même

**Quel est le plus grand objet de forme A qui tienne dans un boîte donnée de forme B ?**

Pourrez-vous apporter des réponses lorsque A et B sont toutes deux des formes planes simples : disque ou demi-disque, triangles, carrés, rectangles et autres quadrilatères, pentagones, polygones réguliers...?

Pourrez-vous en particulier élucider les cas suivants :

(1) Quel est le plus grand triangle équilatéral que l'on puisse découper dans une feuille de papier ordinaire (21cm x 29,7cm) ?

(2) A et B sont des triangles de formes différentes arbitraires (par exemple A est isocèle rectangle et B est équilatéral)

(3) A est un carré, B est un pentagone régulier.

### **Quelques entrées possibles**

Examinez un cas particulier qui vous plaît et tentez d'en tirer quelques idées générales.

Examinez le problème alternativement sous ses deux aspects : en grossissant le plus possible le "contenu" (la forme A) ou en rapetissant le plus possible le contenant (la forme B).

### **A quoi cela sert-il ? ... conditionnement, rangement**

Le problème du "conditionnement" est très courant dans le commerce et l'industrie. Pour un produit donné, on souhaite en

général, par souci d'économie, minimiser la taille de l'emballage. Ces emballages sont le plus souvent de forme parallélépipédique, afin de pouvoir s'empiler facilement. La situation est analogue lorsqu'on choisit un paquet "prêt à poster" pour envoyer un cadeau.

Une autre situation courante où apparaît la même question mathématique est celle du **rangement** : pourra-t-on ranger tel ou tel objet dans telle ou telle armoire ? Une situation plus complexe est celle du déménageur : il doit s'assurer que l'objet encombrant qui transporte passe par une cage d'escalier étroite ; si l'objet ne tient dans le volume délimité par les murs, ce n'est même pas la peine d'essayer !

Ainsi, le problème dit "du Prince Ruppert" consiste à faire passer le plus grand cube possible à travers un cube donné (fait d'une matière qui garde la trace des objets qui le traversent). Cela revient en fait à chercher le plus grand carré contenu dans le cube donné.