

Math-en-jeans

Alexis Léculier *

11 octobre 2021

Ce document regroupe 3 propositions de sujets pour Math-en-Jeans pour l'année scolaire 2021-2022 réalisés avec des élèves du collège Janson de Sally (Paris) sous la direction de Mme Atenal et Mme Audeval.

Des *pistes de réflexions* sont proposées pour chacun des sujets. Cependant, si un groupe se pose une question qui n'est pas mentionnée dans ce document, le groupe est vivement encouragé à réfléchir à cette nouvelle question.

Table des matières

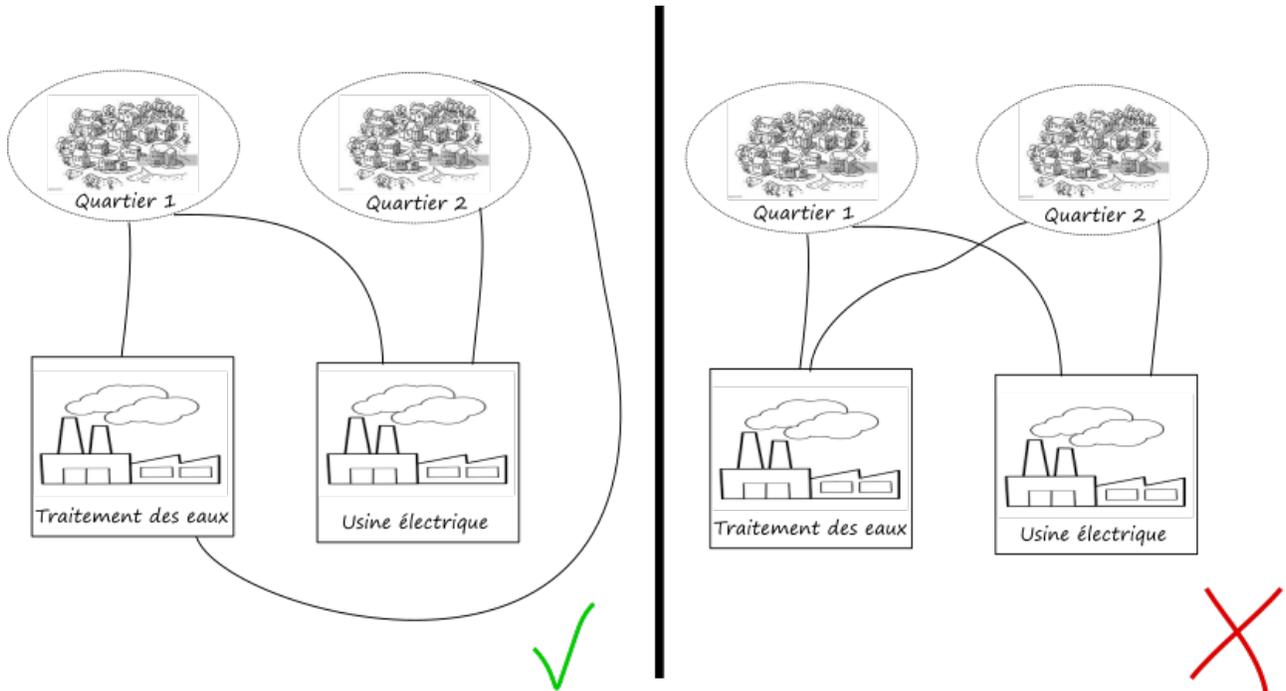
1	Le problème de l'urbaniste	2
2	Le problème du zombie	3
3	Le jeu de l'évasion	4

*Contact : leculier@ljl1.math.upmc.fr

1 Le problème de l'urbaniste

Vous êtes le maire d'une ville. Le but est de prévoir la bonne répartition de **quartiers** et d'**usines** (eau, électricité, gaz, alimentation...). L'objectif est que chaque **quartier** soit relié à chaque **usine** par une **voie de transmission** en respectant l'unique règle suivante :

Deux **voies de transmission** distinctes ne doivent jamais se croiser.



Questions :

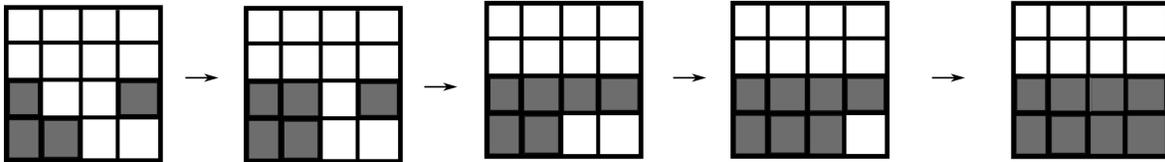
1. Si on impose le même nombre d'**usines** que de **quartiers**, combien puis-je en mettre au maximum ?
2. Même question en se plaçant sur la surface d'une sphère (la terre) ?
3. Même question en se plaçant sur la surface d'un tore (une bouée) ?
4. Même question en se plaçant sur la surface d'un tore à plusieurs trous ?
5. Même question en se plaçant sur la surface d'un objet bizarre (comme ma tasse à café!) ?
6. ...

2 Le problème du zombie

Vous êtes une équipe de scientifiques fous qui cherchez à transformer un quartier en quartier zombie.

Pour ce faire, il vous faut contaminer toutes les maisons d'un quartier. Les maisons sont symbolisées par un carré et le quartier par un quadrillage. Lorsqu'une maison est non-contaminée, la case est blanche tandis que si elle est contaminée, la case est noire. Si une maison non-contaminée est adjacente à au moins deux maisons contaminées alors celle-ci devient contaminée.

Voici un exemple, chaque flèche représente un jour qui passe (et donc de nouvelles infections). Notez que cette configuration initiale ne permet pas de contaminer tout le quartier.



Questions :

1. Si l'on considère des quartiers carrés, quelle est le nombre minimal de maisons contaminées nécessaires pour contaminer tout le quartier (en fonction de la taille du carré) ?
2. Mêmes questions si le quartier n'est plus carré ? A un nombre de maisons fixé, existe t-il une forme de quartier où le nombre de maisons infectées nécessaires est maximal ? minimal ?
3. Mêmes questions si on se fixe cette fois un nombre de jour maximal : on veut que le quartier soit contaminé au bout de N jours ? (avec N à fixer)
4. ...

3 Le jeu de l'évasion

Vous êtes prisonnier dans une prison. Chaque soir un gardien de prison vous propose un petit jeu. Vous devez choisir une échelle parmi 5 échelles numérotées de 2 à 6. En arrivant au dernier barreau de l'échelle, vous êtes libre et vous aurez donc gagné.

Vous possédez 5 jetons "permanents" symbolisant votre position sur chacune des échelles. Vous détenez également 1 jeton "temporaire" symbolisant votre position au cour de la soirée. Lors de votre premier jour d'incarcération, chacun des jetons permanents est en bas de chacune des échelles.

Chaque soir, on vous donne deux dés, et vous jouez jusqu'à ce que vous décidez de transformer votre jeton temporaire en permanent ou en perdant votre mise de la soirée. Dans ce dernier cas, le jeton temporaire vous est rendu et ne se transforme pas en permanent. Si vous transformez votre jeton en jeton permanent, cette nouvelle position vous est acquise et vous repartirez de cette nouvelle position lors des soirs suivants.

Chaque soir, votre jeton temporaire pourra être placé sur un barreau d'une échelle. Pour ce faire, vous tirez 2 dés (équiprobables avec 3 valeurs possibles : 1-2-3), vous faites la somme des deux dés et vous avez le choix :

- 1. Vous conservez cette valeur et vous mettez votre jeton temporaire sur l'échelle correspondante au dessus du jeton permanent déjà présent,
- 2. Vous retirez les dés, vous faites la somme de ce somme nouveau jet et vous placez votre jeton temporaire sur l'échelle correspondante au dessus du jeton permanent déjà présent.

Dans tous les cas, vous êtes monté d'un barreau de façon temporaire. Ensuite, vous pouvez soit vous arrêter, soit continuer.

- 3. Si vous vous arrêtez, vous pérennisez le barreau atteint en remplaçant votre jeton temporaire par un jeton permanent et vous rejouerez le lendemain,
- 4. Si vous décidez de continuer, vous retirez les dés. Si la nouvelle somme de dé est égale à la valeur de l'échelle choisie (à l'étape 1 ou 2), vous montez le jeton permanent d'un barreau et vous avez le choix de continuer ou de vous arrêter (étape 3 ou 4).

En revanche, si la somme est différente de la valeur de l'échelle choisie, vous perdez votre mise du jour : c'est comme si vous n'avez pas joué (début d'une nouvelle soirée, retour au choix 1 ou 2).

Annexe : *Le mur de la prison* (plateau de jeu).

Questions :

1. Quelle est selon vous la meilleur stratégie? (remarque : celle qui minimise le nombre de soir de jeux)
2. Si on suppose que les échelles font toute la même taille, faut-il privilégier une échelle? Pourquoi?
3. Que se passe-t-il si on grandit une échelle? Si une échelle est avantagée, jusqu'à combien faut-il la grandir pour que celle-ci ne soit plus forcément avantageuse?
4. Mêmes questions si on se prend 3 dés (numérotés de 1 à 3) et qu'à chaque lancé, on lance les trois et on somme seulement deux des trois valeurs de dés qui nous "arrangent"?
5. ...

