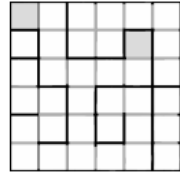


# Problème 3: Des labyrinthes

Vous aimez les labyrinthes ? Le but de ce sujet est non pas de les résoudre, mais de les créer.

On se donne une grille de taille donnée, un point de départ et un point d'arrivée, et on cherche à créer un labyrinthe depuis ce point de départ vers le point d'arrivée. Ici un labyrinthe correspond à un ensemble de murs entre deux cases.



Le labyrinthe devra vérifier certaines règles. La plus évidente est qu'il faut qu'il y ait un chemin depuis le départ vers l'arrivée. Si cela n'est pas garanti, le labyrinthe est impossible.

On peut aussi vouloir qu'il n'y ait qu'un seul chemin depuis le départ vers l'arrivée. Ce coup ci, ce n'est pas indispensable, mais cela peut être utile pour garantir que le labyrinthe n'est pas trop facile. Il y a plusieurs manières de voir cela, en fonction de ce que l'on définit précisément comme un chemin. Si un chemin s'autorise à revenir sur ses pas, il n'est pas possible de garantir qu'il n'y en ait qu'un seul. On peut par exemple interdire qu'un chemin passe deux fois par la même case, ou interdire qu'il passe deux fois par le même espace entre deux cases...

On pourrait également autoriser deux chemins mais pas plus, ou exactement trois chemins...

Une autre règle possible, pour encore une fois garantir une certaine complexité, de s'assurer qu'il y ai au moins un certain nombre de croisements (cases encadrées par au plus un mur). On peut aussi vouloir avoir une distance assez longue entre le départ et l'arrivée...

La première question est, étant donné un jeu de règles, une grille, un point de départ et un point d'arrivée, combien de mur doit-on placer pour faire un labyrinthe ? Au minimum, et au maximum.

Une autre question peut être, pour une grille, un point de départ et un point d'arrivée, de connaître le nombre de labyrinthes différents que l'on peut dessiner sur la grille. Qu'en est-il si l'on ne fixe pas le point de départ ou le point d'arrivée, ou ni l'un ni l'autre ?

On peut également ne pas fixer les points de départ ou d'arrivée, mais vouloir des jeux de murs qui fonctionnent indépendamment des points de départs et d'arrivée. Qu'est-ce que cela change ?