

# 1 Le digicode



Anna a malheureusement oublié le code de l'immeuble de son amie. Le digicode a un clavier avec 10 caractères (les nombres  $0,1,2,3,\dots,9$ ). Le mot de passe comporte 4 caractères.

*Combien de combinaisons doit-elle tester ? Si le code est 9999 et qu'elle commence avec 0000, 0001, 0002,  $\dots$ , sur combien de touches aura-t-elle appuyé avant de pouvoir entrer ?*

Pour déverrouiller, il faut rentrer le code dans l'ordre, mais on peut avoir appuyé sur des “mauvaises” touches avant. Par exemple, si le code est 0123 et qu'on entre 4520**123**, la porte va s'ouvrir au moment où le code correct est composé. Inversement, si on rentre 00010002 et que la porte ne s'ouvre pas, alors le code n'est pas 0001, 0002, mais il n'est pas non plus 0010, ni 0100, ni 1000.

*Pouvez vous aider Anna à trouver le mot “magique” c'est à dire le mot le plus court (avec les nombres  $0,1,2,3,\dots,9$ ) qui contient tous les codes à 4 chiffres possibles ?*

**Indication :** Commencez avec un problème plus simple ; un digicode de  $q = 2, 3, 4 \dots$  symboles et un mot de passe de  $p = 1, 2, 3 \dots$  caractères.