

SUJETS MATH EN JEAN 2016-2017

C'est du lard : La directrice d'une galerie d'art, dont la forme est un polygone à n côtés, souhaite placer des gardiens dans la pièce, de sorte que chaque point de mur soit vu par au moins un gardien. La galerie est encore en construction, elle ne sait donc pas quelle sera sa forme. Elle voudrait avoir une idée sur le nombre de gardiens dont elle va avoir besoin, en fonction de n . Pouvez-vous l'aider ?

Dans un deuxième temps, la directrice a eu une idée géniale. Elle pense à recouvrir les murs de sa galerie par des miroirs afin de profiter de la réflexion de la lumière. Si elle fait ça, aura-t-elle besoin de moins de gardiens ? Pourront-ils s'installer n'importe où dans la pièce ? (on supposera que les tableaux eux-mêmes sont capables de réfléchir la lumière).

Politique quand tu nous tiens: Dans le pays Newdémô il y a eu un changement de régime politique, et pour la première fois des partis politiques peuvent être créés. La loi impose que la liste des membres de chaque parti nouvellement créé soit enregistré par les autorités, à condition bien sûr qu'un autre parti avec exactement la même liste de membres ne soit pas déjà enregistré. Les habitants sont ravis, et ce mettent à déclarer un grand nombre de partis. Si le nombre d'habitants de Newdémô est N , le nombre de partis potentiels est énorme (combien au juste ?) et très rapidement le système informatique est débordé. Le gouvernement de Newdémô veut donc édicter une loi qui limite le nombre de partis possibles. Il propose d'imposer que les habitants ne puissent appartenir qu'à un seul parti au plus (dans ce cas quel serait le nombre maximum de partis possibles ?), mais ceux-ci ne sont pas contents du tout, ils exigent une règle plus souple.

Que pensez-vous de ces possibilités:

- Chaque parti doit avoir un nombre pair de membres, et l'intersection entre deux partis doit aussi être un nombre pair.
- Chaque parti doit avoir un nombre impair de membres, et l'intersection entre deux partis doit être un nombre pair.
- Chaque parti doit avoir un nombre impair de membres, et l'intersection entre deux partis doit aussi être un nombre impair.
- Chaque parti doit avoir un nombre pair de membres, et l'intersection entre deux partis doit aussi être un nombre impair.

Avez-vous d'autres idées de contraintes à appliquer aux partis ? Quelles sont leurs conséquences sur le nombre maximum de partis ?

Contamination: On cherche à modéliser la propagation d'une maladie contagieuse dans une population, par le processus suivant: dans une grille carrée, quelques carrés sont contaminés. Ensuite, la contamination se propage de la façon suivante: un carré ayant au moins deux voisins infectés devient lui-même infecté. Une fois infecté, un carré ne retourne jamais à l'état sain. Si la grille est carrée de côté n , c'est-à-dire si elle contient n^2 petits carrés, pouvez-vous caractériser la position et le nombre minimal de carrés initialement infectés, de sorte qu'au bout d'un certain temps toute la grille soit atteinte ?

On peut transposer ce processus à n'importe quel graphe. Un cas très intéressant est celui du *cube de Hamming*...