

Sujets MATH.en.JEANS 2017-2018

Qui est-ce ? Jean-Claude, qui est un grand amateur de jeux de société, souhaiterait développer la meilleure stratégie possible pour maximiser ses chances de gagner contre son petit frère Didier au jeu *Qui est-ce ?*. Il est possible de modéliser le jeu de la façon suivante (pourquoi ?) :

- Chaque joueur possède au départ un ensemble de n cartes numérotées de 1 à n (noté E_0^1 pour le joueur 1 et E_0^2 pour le joueur 2) et une carte numérotée entre 1 et n , tirée au hasard et inconnue de l'autre joueur.
- Les deux joueurs jouent à tour de rôle, le but étant de trouver le premier le numéro de la carte inconnue de l'autre joueur. On peut supposer que c'est le joueur 1 qui commence et le joueur 2 qui joue après.
- au tour n , si aucun joueur n'a gagné au tour $n - 1$, le joueur 1 « coupe » l'ensemble E_{n-1}^1 en deux sous-ensembles non vides. Le joueur 2 indique alors au joueur 1 dans quel sous-ensemble se trouve sa carte secrète : ce sous-ensemble est noté E_n^1 . S'il reste une seule carte dans E_n^1 , le joueur 1 a gagné. Sinon, c'est au joueur 2 de jouer selon les mêmes règles.

Dans un premier temps Didier utilise toujours la même stratégie : à chaque tour il « coupe » E_n en deux sous-ensembles de même taille. Proposez à Jean-Claude la meilleure stratégie possible. Que pensez-vous de la stratégie de Didier ? On suppose maintenant que chaque joueur utilise une stratégie optimale, comment peut-on déterminer cette stratégie ?

Vive la voiture ? Jean-Claude aime bien prendre sa voiture pour aller faire ses courses au supermarché Mammouth. Lorsqu'il arrive sur place, il y a une grande allée bordée de places de parking qui va de l'entrée du parking jusqu'à l'entrée du magasin. A chaque place de parking, il y a une probabilité p que la place soit libre. Lorsque Jean-Claude avance dans l'allée avec sa voiture, il passe devant chaque place de parking : à chaque fois il peut voir si elle est libre et, si oui, il peut décider de se garer. S'il arrive à la fin de l'allée et qu'il ne s'est pas encore garé, il ne peut pas faire demi-tour et est obligé de rejoindre un autre parking situé beaucoup plus loin. Proposez à Jean-Claude la meilleure stratégie possible sachant qu'il souhaite être garé le plus près possible de l'entrée du magasin.