

Sujets MathEnJeans 2016-2017

Amic Frouvelle

1 Une crêpe très fragile

On cherche à retourner une crêpe à l'aide d'une spatule spéciale : on ne peut retourner qu'un secteur angulaire d'un angle constant. On se demande si c'est possible de le faire à l'aide seulement de retournements successifs, où par exemple le bord droit du secteur angulaire que l'on retourne correspond toujours au bord gauche du secteur angulaire suivant.

Questions non exhaustives :

- Dans quels cas simples est-on sûr que cela fonctionne ?
- Que se passe-t-il avec une spatule de 135 degrés (trois huitièmes de crêpe) ?
- Que se passe-t-il avec un angle de $\sqrt{2017}$ degrés ? Peut-on donner un résultat général ?
- Et si on décide de finalement ne pas forcément retourner les secteurs angulaires dans l'ordre prédéfini (mais en utilisant un ancien trait de coupe à chaque fois) ?
- Si on se donne deux spatules différentes, que se passe-t-il si on alterne l'une et l'autre régulièrement ? Ou si on les utilise dans l'ordre que l'on veut ?
- ...

2 Des fourmis qui se retournent

Des fourmis se situent initialement sur une ligne de un mètre de long. Toutes les fourmis se déplacent à une vitesse constante de trois centimètres par seconde (dans un sens où dans l'autre). À chaque fois que deux fourmis se retrouvent face à face, elles font chacune demi-tour. On cherche à savoir à quel moment les fourmis auront toutes quitté la ligne initiale.

Questions non exhaustives :

- Peut-on calculer (facilement) l'instant précis où cela se passe en fonction des données de départ ? Peut-on au moins obtenir un moment où on est sûrs qu'elles auront toutes quitté la ligne ?
- Si les fourmis mettent une seconde à se retourner, peut-on encore calculer ce moment ? Faut-il supposer des choses supplémentaires sur les conditions initiales ?
- Si les fourmis se déplacent cette fois-ci sur un cercle, peut-on avoir des configurations où une ou plusieurs des fourmis (ou même toutes) ont parcouru la totalité du cercle au bout d'un moment ?
- Si les fourmis ne vont pas toutes à la même vitesse, peut-on encore dire quelque chose ? Faut-il supposer quelque chose de plus ?
- Si on considère des fourmis n'allant pas à la même vitesse, mais se mettant d'accord pour aller à la même vitesse à chaque fois qu'elles se rencontrent et font demi-tour (par exemple en prenant la moyenne de leurs vitesses initiales), peut-on décrire le comportement en temps long ? Même question si les fourmis sont sur un cercle.
- ...