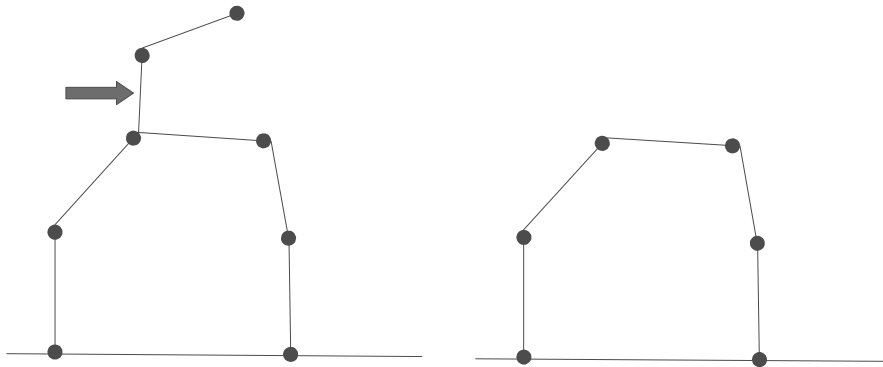


La bataille des bâtons

Sujet MATH.en.JEANS n°2

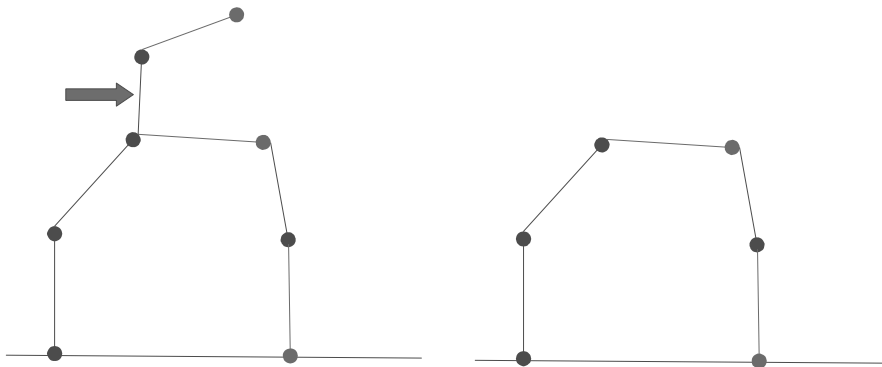
Pour jouer à la bataille des bâtons, on se donne un sol sous forme d'une ligne horizontale et on place des bâtons de telle manière qu'un bâton est soit attaché au sol par une extrémité, soit attaché à un autre bâton : un bâton ne peut pas être en suspension dans l'air. Les joueurs vont alors à tour de rôle effacer un bâton : tout bâton qui n'est plus lié au sol (éventuellement par l'intermédiaire d'une série de bâtons) est alors également retiré du jeu. Le gagnant est le dernier à pouvoir effacer un bâton. Voici un exemple de situation de départ, et de coup pour un joueur (le bâton retiré est indiqué par la flèche verte, remarquez que le bâton le plus haut disparaît aussi du coup car il n'est plus relié au sol) :



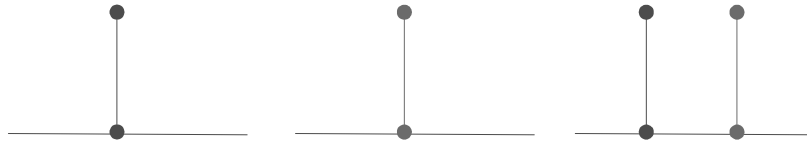
La première question est simple : à deux joueurs, quelle est la stratégie pour gagner ? Et à plus de joueurs ?

Dans une deuxième version, à deux joueurs, les bâtons sont rouges ou bleus : le joueur rouge ne peut retirer qu'un bâton rouge, et le joueur qu'un bâton bleu. En revanche, on garde la règle que tout bâton, qu'il soit rouge ou bleu, disparaît dès lors qu'il n'est plus relié au sol. L'exemple précédent est repris en bicolore : le joueur bleu joue.

Un joueur gagne dès lors que l'autre joueur ne peut plus jouer. Quelle est la stratégie pour gagner ?



Certains jeux sont déséquilibrés. Ci-dessous le jeu de gauche est déséquilibré en faveur du bleu (il gagne toujours, même si le rouge commence), celui du milieu est déséquilibré en faveur du rouge. D'autres sont au contraire équilibrés puisque chaque joueur a une chance de gagner selon qu'il commence ou pas. Par exemple le jeu de droite est équilibré puisque le joueur qui joue en deuxième gagne. Si on associe un nombre positif à un jeu équilibré en faveur du bleu (par exemple 1 pour le jeu de gauche), un nombre négatif pour un jeu en faveur du rouge (par exemple -1 pour le joueur de droite), alors un jeu équilibré aura pour nombre 0 : on remarque que le jeu de droite superpose les deux premiers, ce qui fait une addition : en effet, $1+(-1) = 0$!



Pouvez-vous associer un nombre à chaque jeu ? Si votre adversaire vous donne la possibilité d'ajouter un bâton de votre couleur avant de commencer le jeu, pourrez-vous utiliser cela en votre faveur pour gagner, ou au moins ne pas forcément perdre ?