

MATH.en.JEANS

Lycées François Arago, Jean Lurçat et Aristide Maillol (Perpignan)
Lycée français Charles de Gaulle (Pékin, Chine)
Université de Perpignan Via Domitia (UPVD), Laboratoire LAMPS
Année scolaire/universitaire 2023-2024

Sujets 2023-2024

proposés par Robert Brouzet (LAMPS, UPVD)

Sujet 1 Ne parle pas la bouche pleine !

Vous croquez un Oreo. En supposant que votre bouche ait exactement la même forme que l'Oreo, où le croquer pour en manger la moitié d'un coup ? Même question avec d'autres formes.

Sujet 2 Le XV et au-delà

Quels scores sont possibles au rugby ? Pour un score donné, combien de scénarios ont-ils pu y conduire ?

Sujet 3 Castells de a

Si a est un nombre strictement positif, quel sens pourraient avoir les empilements infinis suivants :

$$\sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}}}, \quad a + \frac{1}{a + \frac{1}{a + \frac{1}{a + \frac{1}{\dots}}}}, \quad a^{a^{a^{\dots}}} ?$$

Sujet 4 La grande crevasse

Entre deux nombres premiers consécutifs il y a un "trou" formé de nombres composés. On s'intéresse aux largeurs de ces trous : peuvent-ils être arbitrairement grands ou bien sont-ils limités par une certaine taille maximale ?

Dans le même ordre d'idée, on s'intéresse maintenant aux nombres composés qui sont divisibles par un carré parfait strictement supérieur à 1, par exemple 25 ou 44. On peut là encore regarder la longueur des listes formées de tels entiers consécutifs et se poser la même question que précédemment.

Sujet 5 Nombres en sandwich

Un entier strictement positif k est dit "en sandwich" si on peut trouver un entier $n > k$ tel que la somme des nombres de 0 à $k - 1$ est égale à la somme des nombres de $k + 1$ à n . Pourriez-vous trouver tous les nombres en sandwich, ainsi que, pour chacun d'eux, l'entier n correspondant ?

Sujet 6 Choisir c'est renoncer !

Vous habitez dans une rue rectiligne avec deux arrêts de bus situés tous deux à égale distance de chez vous, l'un à droite, l'autre à gauche. Vous sortez de chez vous et ne savez pas lequel choisir. Vous faites un mètre à droite, puis hésitez à continuer ou à partir dans l'autre sens. Vos hésitations se reproduisent toutes les secondes et vous font opter à chaque instant, sans préférence, à faire un mètre à droite ou à gauche. Essayez de décrire vos pérégrinations !

Sujet 7 La formule-à-Toto : le retour !

Toto a du mal avec les formules. L'an dernier il pensait que la dérivée d'un produit était égale au produit des dérivées. Cette année il pense que la dérivée d'un quotient est égale au quotient des dérivées. Peut-il néanmoins avoir raison dans certains cas ?

Sujet 8 Bizarre, vous avez dit bizarre !

Dans la géométrie plane “classique” que vous pratiquez, le plan contient une infinité de points, par deux points distincts passe une et une seule droite et deux droites distinctes peuvent se couper (en un seul point) ou ne pas se couper (parallèles). Pourriez-vous imaginer une géométrie bizarre dans laquelle votre plan aurait un nombre fini N de points et les conditions suivantes seraient vérifiées :

- i. vos droites auraient toutes le même nombre $n < N$ de points ;
- ii. par n’importe quel point du plan passeraient exactement n droites ;
- iii. par deux points distincts du plan passerait une et une seule droite ;
- iv. deux droites distinctes se couperaient *toujours* en un seul point ?