

MATh.en.JEANS 2018/19

Proposition de sujets de recherche

Colette Anné, Laboratoire de Mathématiques Jean Leray, Nantes

Lundi 10 Septembre 2018

1 Sauts sur le cercle

1.1 Étoiles



coupole – Hôpital Saint Blaise

Je veux tracer une étoile régulière d'un seul trait, comme on sait le faire avec une étoile à 5 branches.

Est-ce que c'est possible pour 6 branches, 7, 8, 9... Y a-t-il des cas où plusieurs possibilités existent ?

Y a-t-il une règle générale ?

1.2 En multipliant

On avance sur le cercle, maintenant, en multipliant par un nombre fixe:

on prend n points régulièrement répartis sur le cercle notés $0, 1, 2, \dots$ et on circule dessus en multipliant toujours par le même nombre $a \leq n$. Cela permet de tracer la table de multiplication par $a \text{ modulo } n$.

1.2.1

décrire la courbe qui apparaît pour les petites valeurs de a lorsque n devient grand

1.2.2

chercher si d'autres motifs apparaissent pour certaines valeurs du couple (a, n)

2 Le robot tondeuse

Une tondeuse *intelligente* tond toute seule un pré en parcourant des lignes droites et en se retournant d'un certain angle lorsqu'elle rencontre le bord du pré. Comment programmer ce robot pour qu'il tonde toute la surface? (on pourra visionner le fonctionnement d'un tel robot ici <https://www.youtube.com/watch?v=CqfUhcw2uBg>)

Voici quelques questions qu'il faudrait résoudre.

2.1 Y a-t-il des trajectoires périodiques ? (à éviter)

La tondeuse va rester toujours sur la même trajectoire.

2.2 Y a-t-il des trajectoires ergodiques ? (à préférer)

La tondeuse va visiter tout le pré.

On va d'abord imaginer que la tondeuse rebondit sur le bord du pré selon les lois de la réflexion de la lumière.

Essayez d'aborder ces questions sur différentes formes de pré (rectangle, triangle, oval...)

3 Puzzle

La question générale est la suivante :

Soient P_1 et P_2 deux polygones du plan. Peut-on découper P_1 (par exemple en triangles) de telle sorte qu'en réajustant les pièces autrement on couvre exactement P_2 ?

- 3.1 Il y a une condition nécessaire, laquelle ?
- 3.2 Comment passer d'un triangle à un rectangle ?
- 3.3 Comment passer d'un rectangle à un rectangle dont une longueur vaut 1 ?
- 3.4 Conclure