

# MATH.EN.JEAN : LES PROBLÈMES

## • Problème n° 1

Soit une personne née un 22 mai (nous retiendrons donc 22 et 05 soit 5. Nous sommes en 2019 (nous retiendrons 19).

On effectue la suite de calculs suivante :

$$22 \times 5 \times 19 = 209\boxed{0}$$

$$209 + 2 \times \boxed{0} = 20\boxed{9}$$

$$20 + 2 \times \boxed{9} = 3\boxed{8}$$

$3 + 2 \times \boxed{8} = 19$ . En testant sur plusieurs dates d'anniversaire, il semble qu'on obtienne toujours 19.

Pourquoi ? Si c'est le cas, cela ne fonctionne-t-il qu'avec 19 ou aussi avec d'autres nombres ?

## • Problème n° 2

Deux enfants jouent au jeu suivant :

Sur une table, face visible, sont présentés 9 jetons marqués des 9 chiffres de 1 à 9.

Ils doivent choisir à tour de rôle 1 jeton, qu'ils gardent et présentent la suite des jetons obtenus (dans l'ordre dans lequel ils les ont tirés) devant eux.

Celui qui gagne est le premier à obtenir la somme 15 avec des jetons successifs.

Par exemple, si l'un des deux a obtenu 1 ; 9 ; 2 ; 3 alors (si son adversaire n'a pas réussi à le faire avant) il gagne puisque  $1+9+2+3=15$ .

Il gagnerait par exemple aussi avec 1 ; 8 ; 7 car  $8+7=15$ .

La question est de déterminer la meilleure stratégie pour gagner à ce jeu.

Autre formulation de ce problème :

**Peut-on toujours gagner ?** Soit  $n \in \mathbb{N}$  un nombre impair. Deux per-

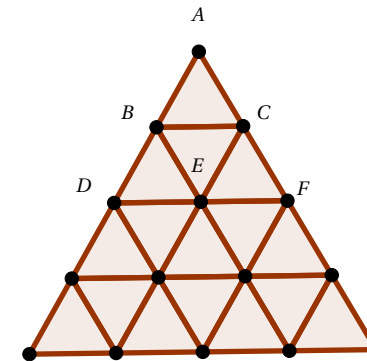
sonnes jouent au jeu suivant : Chacun choisit à tour de rôle un nombre

dans la liste suivante :  $\left\{ -\frac{n^2-1}{2}; \dots; 0; \dots; \frac{n^2-1}{2} \right\}$ .

Le premier qui a  $n$  nombres dont la somme est nulle gagne. Existe-t-il une stratégie gagnante ?

Exemple pour  $n=3$  : s'ils choisissent tour à tour -4; -2; -1; 0; 3; 1; 4; 2, le deuxième gagne car il a choisi -2; 0; 1; 2 et  $-2+0+2=0$ .

## • Problème n° 3



On symbolise un groupe de  $2^{1000}$  personnes par un point A. Ce groupe de personnes est divisé en deux groupes de même effectif (points B et C). Le groupe en B se répartit en deux groupes de même effectif en D et E tandis que le groupe C se répartit en E (aussi !) et F en deux groupes de même effectif.

Question 1 : Quels sont les effectifs de tous les groupes à la 1000<sup>ème</sup> étape ?

Question 2 : Combien de triangles y a-t-il à une étape  $n$  ?

# MATH.EN.JEAN : LES PROBLÈMES

- **Problème n° 4**

On considère la même figure que dans le problème n°3.

Quel est le nombre de billes que l'on peut répartir sur ce triangle (à chaque nœud du quadrillage triangulaire formé) à l'étape  $n$  ? Est-il possible de trouver  $n$  tel que l'on puisse répartir les  $n$  billes sur le triangle, mais aussi sur les nœuds d'un carré. Si oui, déterminer toutes les valeurs possibles d'un tel  $n$ .

- **Problème n° 5**

→ Existe-t-il un triangle rectangle à côtés entiers tels que son hypoténuse vaille 2019 (unités) ?

→ Existe-t-il un triangle rectangle à côtés entiers dont le périmètre vaut 2019 ?

- **Problème n° 6**

On considère  $2^{22052019}$  (ou tout autre exposant de la forme JournaissanceMoisnaissance2019).

Quel est le nombre de chiffres et les 5 derniers chiffres de ce nombre ?

- **Problème n° 7**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	...
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	-----

On considère une suite (infinie) de fenêtres.

Au début, toutes les fenêtres sont ouvertes.

Plusieurs personnes interviennent ;

la première ferme toutes les fenêtres portant un numéro pair.

La deuxième passe derrière et elle change la position des fenêtres portant un numéro multiple de 3.

Ainsi, si elle rencontre une fenêtre ouverte, alors elle la ferme et si elle rencontre une fenêtre fermée, alors elle l'ouvre. On continue ainsi de suite avec tous les multiples de 4, de 5, de 6, etc.

Quelles fenêtres restent ouvertes à la fin ?

- **Un dernier problème possible :**

Des oiseaux volent en formation en forme de triangle, comme sur le dessin du problème n°3.

Un chasseur tire et les effraie.

Le groupe d'oiseaux se scinde alors en deux groupes de même effectif qui adoptent le même genre de formation en triangle.

Quel pouvait-être le nombre d'oiseaux dans le premier groupe pour que cela soit possible ? (on déterminera toutes les valeurs possibles de  $n$ )