

Sujet 3 :

Le président de la France veut régler le problème suivant :

« On a trop de pièces dans le porte monnaie ! »

Il veut changer la valeur des petites pièces (centimes).

Actuellement, on dispose du jeu de pièces suivant : {1,2,5,10,20,50}.

Combien faut-il de pièces (au minimum) pour payer 1, 2, 3, ... 99 centimes.

Pour 0 centime, il faut 0 pièce.

Pour 1 centime, il faut 1 pièce.

Pour 2 centimes, il faut 1 pièce.

...

Pour 5 centimes, il faut 1 pièce.

Pour 6 centimes, il faut 2 pièces

Pour 7 centimes, il faut 2 pièces.

Pour 8 centimes, il faut 3 pièces,

...

Pour 99 centimes, il faut 6 pièces,

On calcule alors le « poids moyen » de notre jeu de pièces, c'est le nombre de pièces qu'il faut, en moyenne, pour payer toutes les sommes de 0 à 99 centimes.

On se pose la question suivante :

Avec 6 pièces (ou moins) , peut-on avoir un « poids moyen » moins élevé.

Puisqu'il faut payer la somme de 1 centime, on a forcément besoin d'une pièce de 1 centime dans notre jeu de pièces.

Questions:

1. On considère un jeu de pièces ne contenant que deux pièces, par exemple : {1; 5}, {1,6}, {1; 7}, {1; 8}, {1; 9}, {1; 10}, {1; 11}, {1; 12} ...

Quel est le « poids moyen » d'un tel jeu ?

2. Pour un jeu de deux pièces, quel est celui que vous choisiriez ?

Il faut donc trouver une méthode (formule) pour avoir le « poids moyen » pour un jeu de deux pièces données.

3. On considère que deux pièces ce n'est pas assez. Prenons par exemple le jeu suivant : {1;5;7}

Pour 0 centime, il faut 0 pièce.

Pour 1 centime, il faut 1 pièce.

Pour 2 centimes, il faut 2 pièces.

...

Pour 5 centimes, il faut 1 pièce.

Pour 6 centimes, il faut 2 pièces

Pour 7 centimes, il faut 1 pièce.

Pour 8 centimes, il faut 2 pièces.

...

Pour 45 centimes, il faut 7 pièces : 5 pièces de 7 et 2 pièces de 5 (9 pièces de 5 centimes, ou 6 pièces de 7 centimes et 3 pièces de 1 ne conviennent pas car ils nécessitent plus de pièces).

...

Il faut trouver une méthode pour déterminer le nombre de pièces pour une somme donnée.

4. Comment peut-on faire pour trouver le « poids » moyen du jeu de pièces {1;5;7} ?

Il faut donc trouver une méthode simple (algorithmique) pour trouver le « poids » moyen d'un jeu de 3 pièces, puis le programmer sur un ordinateur.