










5 Un problème de remplissage

On suppose que des châteaux d'eau sont disposés de manière régulière sur un terrain rectangulaire. Ces châteaux d'eau sont reliés entre eux par des tuyaux. Le terrain est disposé de telle manière que l'altitude décroisse lorsque l'on se déplace vers le bas de la carte (vers le Sud) ainsi que vers le droite (vers l'Est) : chaque château d'eau est donc en mesure de ravitailler les châteaux qui sont situés immédiatement à droite et en dessous, mais pas ses deux autres voisins. Ces châteaux d'eau sont très inégalement remplis : certains ont largement de quoi couvrir les besoins des maisons qu'ils desservent, alors que d'autres, moins chanceux, sont en pénurie. Sous quelles conditions peut-on transvaser de l'eau entre les châteaux d'eau pour qu'ils soient au final également remplis et puissent donc répartir de façon équitable l'eau entre les différentes maisons.

1. Par exemple, est-ce possible avec la configuration suivante ?

| | | |
|--|--|--|
|  18 cl |  9 cl |  15 cl |
|  18 cl |  15 cl |  12 cl |
|  9 cl |  3 cl |  9 cl |

2. Résoudre le problème lorsque il y a 3, 4 ou 5 châteaux d'eau situés sur une ligne horizontale.
3. Résoudre le problème en général lorsque les châteaux d'eau sont alignés.
4. Que pouvez-vous dire du cas général ?